Entwicklung eines effektiven, kostengünstigen und wartungsarmen Schwingungsdämpfers für Schrägseile

Grundsätzliche Überlegungen, Laborversuche und Feldtests

Development of an effective, cheap and maintenance-free Damper for Stay-cables

Principles, Laboratory Tests and Field Tests

Dipl.-Ing. Dr. **H. Wenzel**, VCE Holding GmbH, Wien; Dipl.-Ing. **P. Furtner**, VCE Holding GmbH, Wien; Dipl.-Ing. **M. Widmann**, VCE Holding GmbH, Wien;

Kurzfassung

Dieser Beitrag beschreibt die Entwicklung eines neuen, passiven Schwingungsdämpfers für Schrägseile unter Berücksichtigung der praktischen Anforderungen. Die Entwicklung wird im Rahmen eines durch die Österreichische Forschungsförderungsgesellschaft mbH unterstützten Forschungsprojektes in Zusammenarbeit von Vorspanntechnik GmbH und Co KG, Getzner Werkstoffe GmbH und VCE Holding GmbH durchgeführt. Die Grundidee ist, ein Dämpfersystem zu entwickeln, das die kostengünstige Anpassung und Maßanfertigung des Dämpfers hinsichtlich der individuellen Seileigenschaften, welche sich aus der Geometrie, den dynamischen Eigenschaften und der geforderten Mindestdämpfung ergeben, erlaubt. Das Ziel des F&E Projektes ist der Prototyp eines passiven Schwingungsdämpfers, wobei Energiedissipation durch die Verformung eines hochdämpfenden Polyurethanwerkstoffes erfolgen soll.

Abstract

This paper is dedicated to the development of an innovative cable damper which is a result of expertise from cable dynamics and bridge engineering, a specialist engineering contractor in the field of stay cable as well as a manufacturer of damping materials and systems made available in close collaboration of Vorspanntechnik, Getzner Werkstoffe and VCE. The basic idea of the cable damper is the tailor-made design approach which considers the individual requirements based on the stay cable's geometry and required energy dissipation. For the achievement of the objective listed above the developed cable damping device is of the type elastomeric dampers using a material with high energy-absorbing properties and special damping characteristics.

1. Einleitung

Stadiondächer, Türme und insbesondere Brückenbauwerke werden immer kühner konstruiert und die Spannweiten unter Zuhilfenahme immer längerer Seile erhöht. Infolge der häufigeren Anwendung, der großen Spannweiten, der Schlankheit und insbesondere der geringen Eigendämpfung wurden in den vergangen Jahren immer häufiger mehr oder weniger problematische Seilschwingungen beobachtet. Auf die Ursachen dieser Seilschwingungen soll hier nicht näher eingegangen werden, da diese in der Literatur häufig und umfangreich beschrieben wurden, unter anderem in [1] bis [6].

Übliche Mittel zur Reduktion von Seilschwingungen sind sogenannte "Störseile" (Verbindungsseile oder –drähte, welche die Seilstränge miteinander verbinden und dadurch die Seile "verstimmen") und "Schwingungsdämpfer" (Erhöhung der Eigendämpfung). Insbesondere bei den Schwingungsdämpfern gibt es zahlreiche verschiedenartige Technologien und Systeme, wobei der Trend dahin geht, dass jeder der "großen" Schrägseilsystemanbieter seine eigenen Systeme entwickelt. Bekannte Technologien sind unter anderem Reibungsdämpfer, Gummidämpfer sowie passive, aktive und semiaktive (adaptive) Dämpfersysteme, welche am Seil befestigt werden und üblicherweise am Brückendeck oder am Durchdringungsrohr abgestützt werden. Neben den oft sehr hohen Kosten für diese Schwingungsdämpfer treten auch andere Nachteile, wie Energiebedarf bei aktiven und semi-aktiven Lösungen und Beeinträchtigung des optischen Erscheinungsbildes der Schrägseilbrücken auf.

Der vorliegende Artikel beschreibt den Entwicklungsprozess eines passiven Schwingungsdämpfers basierend auf Polyurethanwerkstoffen (Typ "Gummidämpfer"), welcher für jede Anwendung und für jedes einzelne Seil einfach adaptierbar ist.

Folgende Ziele wurden für die Entwicklungsarbeit definiert:

- Kosteneffizienz
- Gute Wirksamkeit
- Einfache Maßanfertigung
- Einfache Installation und Eignung zum nachträglichen Einbau
- Wartungsfreiheit
- Lange Lebensdauer
- Geringe optische Beeinträchtigungen (Einbau im Durchdringungsrohr)

2. Grundsätzliche Überlegungen

Die Effizienz eines Kabeldämpfers hängt von vielen Parametern ab, insbesondere ist folgendes im Zuge der Dämpferentwicklung und –bemessung zu berücksichtigen:

- Kabeldurchhang
- Biegesteifigkeit des Seiles
- Steifigkeit der Seilverankerung
- Freie Schwinglänge
- Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit der Dämpferabstützung
- Anzahl der Dämpfer
- Dynamische Seileigenschaften (Eigenfrequenz, Eigendämpfung)
- Montageort (Längenverhältnis: Abstand des Dämpfereinwirkungspunktes von der Seileinspannung zu Seilgesamtlänge)
- Steifigkeit des Dämpfers
- Nichtlinearitäten im Dämpferverhalten

Im Folgenden wird die analytische Formel für die modale Dämpfungsrate für ein allgemein geneigtes Kabel beschrieben. Anschließend erfolgt die Erweiterung für den Dämpfertyp "Gummidämpfer". Für Details wird auf die ausführlichen Arbeiten von Fujino, publiziert unter anderem in [3], verwiesen.

Es sei ein geneigtes Kabel mit einem Dämpfer wie in Bild 1 gegeben. Die x-Achse des Koordinatensystems sei in Richtung des Kabels ausgerichtet und die y-Achse normal dazu. Der Dämpfer ist an der Position x_c des unteren Endes angebracht. Das Seil hat eine Massenbelegung *m* pro Längeneinheit, eine Länge *L*, eine Biegesteifigkeit *EI* und ist in einem Winkel θ zur horizontalen Achse angebracht, wobei $0 \le \theta < \pi/2$.

Die Zugkraft im Kabel sei ausreichend groß, dass die statische Biegelinie des Seiles ausreichend genau durch

$$y = 4d\frac{x}{L}(1 - \frac{x}{L}) \tag{1}$$

beschrieben werden kann. In obiger Gleichung ist *d* der Durchhang in der Mitte. Mit *g* als Gravitationskonstante und $H = T_h / \cos \theta$, wobei T_h die Horizontalkomponente der Kabelkraft ist, ist der Durchang *d*, nach Irvine [1] gegeben durch

$$d = \frac{mgL^2\cos\theta}{8H}$$
(2)



Bild 1: Modell von einem geneigtem Seil mit Dämpfer

Die allgemeine dynamische Gleichung der Bewegung des Kabels in der Ebene ist gegeben durch

$$Hv"+hy"-EIv^{iv}-m\ddot{v}=f_c\delta(x-x_c)$$
(3)

wobei $\delta(\cdot)$ die Dirac delta-Funktion ist, d.h. der Effekt des Dämpfers wird durch eine punktuelle Dämpferkraft $f_c(t)$ an der Stelle $x = x_c$ modelliert. Die transversale Bewegung (in *y*-Richtung) ist v(x,t) und h(t) ist die zusätzliche Spannung im Kabel, die durch die Bewegung verursacht wird.

Für freie Schwingungen des Seiles kann man die Verschiebung, die Dämpfungskraft und die zusätzliche Zugspannung in folgender Form schreiben

$$v(x,t) = \tilde{v}(x)e^{i\omega t}, \quad f_c(t) = F_c e^{i\omega t} \text{ und } h(t) = h e^{i\omega t}$$
(4)

wobei $i^2 = -1$ ist; ω ist die komplexe natürliche Frequenz des Kabels und $\tilde{v}(x)$ ist die dazugehörige komplexe Eigenform.

Wenn man diese Gleichung nach $\tilde{v}(x)$ auflösen möchte, teilt man das System in zwei Teile, die an der Dämpferposition miteinander verbunden sind und betrachtet die Gleichung

$$\frac{d^2 \tilde{v}}{dx^2} + \beta^2 \tilde{v} - \frac{8d}{L^2} \frac{\dot{h}}{H} - \varepsilon L^2 \frac{d^4 \tilde{v}}{dx^4} = 0$$
(5)

mit den dimensionslosen Parametern, der Wellenzahl $\beta = \omega \sqrt{m/H}$ und dem Biegesteifigkeitsparameter $\varepsilon = EI / HL^2$.

Mit den Übergangsbedingungen erhält man im allgemeinen Fall eine transzendente Gleichung der Form

$$\frac{f_1(f_2 + \lambda^2 f_3)}{f_4 + \lambda^2 f_5} = \frac{F_c}{\widetilde{v}_c EI}$$
(6)

mit dem Durchhangsparameter $\lambda^2 = \left(\frac{8d}{L}\right)^2 \frac{L}{HL_e / EA}$ (definiert von Irvine und Caughey [5]),

wobei $L_e = L[1+8(d/L)^2]$ und *EA* die Dehnsteifigkeit ist und $f_1 - f_5$ Funktionen von ε, β, L und der Dämpferposition sind. Diese Gleichung (6) kann man für eine Wellenzahl β mit iterativen numerischen Methoden, beispielsweise der Newton-Raphson Methode lösen. Wenn man einen Dämpfer am Kabel anbringt ist die modale Dämpfung gegeben durch:

$$\xi_n = \frac{\operatorname{Im}[\omega_n]}{|\omega_n|} = \frac{\operatorname{Im}[\beta_n]}{|\beta_n|}$$
(7)

Dieser Ausdruck für die modale Dämpfung kann nicht explizit mit Gleichung (8) gelöst werden. Unter der Annahme, dass der Dämpfer in der Nähe eines Ankerpunktes befestigt ist und kleine Biegesteifigkeiten voraussetzt werden, kann ein asymptotischer Ausdruck für die modale Dämpfung des Kabels herleitet werden:

$$\frac{\xi_n}{x_c / L} \cong R_{sn} R_f \frac{\eta_f \eta_{sn} \eta_n}{1 + (\eta_f \eta_{sn} \eta_n)^2}$$
(8)

wobei R_{sn} ein Reduktionsfaktor allein durch den Kabeldurchhang ist, der von Krenk und Nielson [6] hergeleitet wurde. Der Rest der Gleichung (10) ist abhängig vom Dämpfermodell und wird aufgeteilt in einen dimensionslosen Dämpferparameter η_n , der nur vom gespannten undehnbaren Seil abhängig ist, sowie von den Modifikationsfaktoren η_{sn} und η_f , die den Einfluss der Biegesteifigkeit und des Durchhanges berücksichtigen, wobei allgemein $\eta_{sn} \ge 1$ und $\eta_f \le 1$. R_f bezeichnet den Reduktionsfaktor der maximalen Dämpfung infolge der Biegesteifigkeit. R_f und η_f sind unabhängig vom Modalindex n und bei $\varepsilon \to 0$, $\eta_f = R_f = 1$. Gummidämpfer (GD):

Dieser Dämpfer wird oft zur Schwingungsdämpfung verwendet, da die kompakte Bauweise, die ästhetische Installation, die leichte Wartung, die Temperaturstabilität und die geringeren Kosten gegenüber anderen Typen von Vorteil sind.

Zur Auslegung dessen Dämpferparameter kann man entweder empirische Formeln verwenden oder ein komplexes Eigenwertproblem lösen. Im Folgenden wird eine Steigerung der Dämpfungsrate des Kabels durch einen GD analytisch formuliert. Wegen der Hystereseeigenschaften des Materials Gummi ist die Dämpfungskraft unabhängig der Frequenz und kann durch

$$f_c(t) = K(1 + i\varphi)v(x_c, t)$$
(9)

beschrieben werden, wobei

$$F_c = K(1 + i\varphi)\tilde{v}_c \tag{10}$$

K ist die Federkonstante des Dämpfers und φ ist ein Verlustfaktor des Materials. Damit ergibt sich für Gleichung (8)

$$\frac{\xi_n}{x_c / L} \cong R_{sn} R_f \frac{\varphi \eta_f \overline{K}}{\left(1 + \eta_f \overline{K}\right)^2 + \left(\varphi \eta_f \overline{K}\right)^2}$$
(11)

wobei $\overline{K} \equiv x_R K / H$ ein dimensionsloser Federparameter ist. Falls der Dämpfer in eine Röhre eingebaut ist, so kann der Effekt der Steifigkeit dieses Elementes dazuaddiert werden. Damit kann die gesamte Dämpfungskraft mit

$$f_c(t) = kv_k(t) = K(1+i\varphi)[v(x_c,t) - v_k(t)] \quad \text{oder} \quad F_c = \tilde{v}_c \frac{K(1+i\varphi)}{1+K(1+i\varphi)/k}$$
(12)

angeschrieben werden. Daraus ergibt sich für die modale Kabeldämpfung

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} \cong R_{sn}R_f R_k \frac{\varphi \eta_k K}{(1+\eta_k \overline{K})^2 + (\varphi \eta_k \overline{K})^2}$$
(13)

mit
$$\overline{k} \equiv x_c k / H$$
 und $\eta_k \equiv \eta_f + \frac{1}{\overline{k}}$ und $R_k \equiv \frac{\eta_f}{\eta_k} = \frac{k \eta_f}{1 + \overline{k} \eta_f}$.

Für einen gegebenen Verlustfaktor φ kann die optimale Federkonstante *K*, die die modale Dämpfung ξ_n maximiert, ermittelt werden. Mit

$$\eta_{\varphi} \equiv \sqrt{1 + \varphi^2} \quad \text{und} \quad \mathbf{R}_{\varphi} \equiv \frac{\varphi}{1 + \sqrt{1 + \varphi^2}}$$
(14)

kann die maximale modale Dämpfungsrate wie folgt angeschrieben werden

$$\frac{\xi_n^{\max}}{x_c / L} = 0.5 R_k R_f R_{sn} R_{\varphi} \quad \text{bei} \quad \overline{K}^{opt} = \frac{1}{\eta_k \eta_{\varphi}}$$
(15)

Daraus ist ersichtlich, dass bei einem gegebenen Verlustfaktor für einen GD die Federkonstante \overline{K} ein Schlüsselparameter ist, ähnlich wie der Dämpfungsparameter η_n für einen viskosen Dämpfer. Die Federkonstante \overline{K} kann durch den Einfluss der Biegesteifigkeit η_f , der Steifigkeit des Dämpfers η_k und den Verlustfaktor η_{φ} beeinflusst werden. Weiter wird die maximale Dämpfungsrate mit R_{φ} ermittelt, das für kleine φ relativ klein ist. Daraus ergibt sich für den GD im Vergleich zu einem viskosen Dämpfer eine geringere Effizienz. Dennoch können GD auf Grund der anfangs erwähnten Vorteile – auch in Kombination mit viskosen Dämpfern - durchaus sinnvoll eingesetzt werden.



Bild 2: Ein allgemeines Modell von einem Kabel mit einem Gummidämpfer

Es ist zu beachten, dass die modale Dämpfung für einen GD mit dem modalen Index *n* nur über den Faktor R_{ns} verknüpft ist, daher kann für ein gespanntes Seil dasselbe Dämpfungsniveau ξ_{R} nur für die ersten Schwingungsmoden erreicht werden. Eine typische modale Dämpfungskurve ξ_{R} über \overline{K} eines ideal gespannten, nicht dehnbaren $(\eta_f = R_f = 1)$ Seiles mit einem GD mit starrem Auflager $(\eta_k = R_k = 1)$ und gegebenen $\varphi = 0.25$ wird in Bild 2 dargestellt. Die maximale Dämpfung im Idealfall ist

$$\xi_R^{\max} = 0.5 R_{\varphi} x_c / L = 0.0616 x_c / L \tag{16}$$

3. Konzept und Laborversuche

Ausgangspunkt für die Entwicklung ist der stark dämpfende Werkstoff Sylomer[®] HD von Getzner Werkstoffe GmbH, welcher für den Seildämpfer modifiziert wurde. Ein Elastomer besitzt in der Regel elastische, plastische und dämpfende Eigenschaften. Für den Einsatz im Dämpfer sind definierte elastische und dämpfende Anteile erforderlich.

Die Arbeitsprinzipien von Dämpfern basieren generell immer auf physikalischen Vorgängen, welche durch physikalische Effekte beschrieben werden können. Mittels eines Elastomers lassen sich durch folgende physikalische Effekte Dämpfungen erzielen:

- Dehnung / Stauchung
- Biegung
- Scherung
- Torsion
- Querkontraktion

Unter Berücksichtigung der funktionalen Anforderungen eines Seildämpfers, der Maximierung der Wirkung und unter dem Aspekt der Dauerhaftigkeit und Zuverlässigkeit ist der physikalische Effekt der Scherung am vielversprechendsten (Bild 3). Um alle Schwingungsrichtungen von transversalen Kabelschwingungen gleichermaßen zu dämpfen, muss die Schereinheit symmetrisch zur Kabelachse ausgeführt sein.



Bild 3: Wirkungsprinzip der Schereinheit

Im nächsten Schritt wurden die Anforderungen im Detail formuliert:

- Der Dämpfer soll aus mehreren unabhängigen Dämpferelementen aufgebaut sein
- Die Elemente sollen möglichst einfach austauschbar sein
- Das Versagen eines Elements soll die Wirkung der anderen möglichst wenig beeinflussen
- Die Dämpfungselemente sollen ausschließlich auf Schub beansprucht werden
- Die Wirkung soll in alle Richtungen gegeben sein
- Die Abmessungen sollen möglichst kompakt sein, um den Einbau im Durchdringungsrohr zu ermöglichen
- Das Elastomervolumen soll bei den vorgegebenen Abmessungen möglichst groß sein und voll ausgenutzt werden
- Die D\u00e4mpfungselemente sind so zu gestalten, dass in keinem Belastungszustand Zugspannungen auftreten
- Der gesamte D\u00e4mpfer ist spielfrei zu gestalten, sodass der D\u00e4mpfer auch bei geringsten Schwingungsamplituden Wirkung zeigt
- Sämtliche Verbindungen, insbesondere jene zwischen Stahl und Elastomer sind auf große Dauerhaftigkeit auszulegen.
- Die Abfuhr der Dissipationswärme ist zu gewährleisten.

4. Entwurf und Herstellung

Die genannten Anforderungen führten zum im Bild 4 gezeigten Dämpfungselement. Das Dämpfungselement ist in seiner Dicke und Geometrie so ausgelegt, dass bei maximaler Schubverformung und somit maximalem Schubwinkel keine Zugspannungen auftreten. Dies wird einerseits durch Vorspannung des Elements im Zuge des Einbaues und andererseits durch die geometrische Ausrundung erreicht. Durch die Ausrundung wird auch die Verbindungsfläche Stahl zu Elastomer maximiert.

Die Verbindung selbst erfolgt durch direktes Anschäumen des Elastomers an die vorbehandelten Stahlteile im Zuge des Gießens. Die mechanische Festigkeit wurde im Zuge des Projekts durch Verbesserung der Rezeptur, des Herstellungsprozesses und der Vorbehandlung des Stahls optimiert. Die Dauerhaftigkeit wurde durch Langzeitversuche mit bis zu acht Millionen Lastzyklen am servohydraulischen Prüfstand nachgewiesen.

Mit Hilfe der Prüfvorrichtung konnte auch das Erreichen der jeweils gewünschten Bauteilkennwerte kontrolliert werden:

- Dynamische Steifigkeit [N/m] (Real- und Imaginärteil)

- Dämpfungskoeffizient [Ns/m]
- Verlustarbeit [N/m]
- Verlustwinkel [°]



Bild 4: Dämpfungselement

Im Zuge der Entwicklungsarbeit wurden Elemente mit verschiedensten Kennwerten hergestellt und überprüft, um später eine Maßanfertigung hinsichtlich der Eigenschaften für jedes Kabel zu ermöglichen.

Mit den Tests konnte auch die Wärmeabfuhr durch die Stahlteile nachgewiesen werden, welche eine Überhitzung des Dämpfers bei Dauerbeanspruchung verhindert.

5. Prototypentests am Versuchstand

Nach Konstruktion und Herstellung der entsprechenden Befestigungseinheiten für Seil und Abstützung wurden Prototypentests am 1:1 Versuchsstand am ELSA im JRC in Ispra / Mailand durchgeführt.

Der Versuchsstand wurde im Zuge des EU-Forschungsprojekts IMAC errichtet und besteht aus vier verschiedenen Kabeln [7] (Bild 5). Als Grundlage für die Bemessung des Dämpferprototyps wurden messtechnische Untersuchungen an den Kabeln durchgeführt, welche sehr niedrige Dämpfungszahlen von ca. 0,1 % für die erste und zweite Eigenfrequenz der Kabel erbrachten. Als Zielgröße wurde die zu erreichende Dämpfungszahl von 3,5% (Logarithmischen Dekrement ~3,5%) definiert.



Bild 5: Versuchsstand am ELSA (JRC)

Bild 6 zeigt die zu erwartende Dämpferwirkung in Abhängigkeit vom Dämpfungskoeffizienten und vom Verlustfaktor für die gewählte Dämpferposition. Es ist klar ersichtlich, dass bereits relativ geringe Abweichungen des Dämpfungskoeffizienten vom Sollwert die Dämpferwirkung stark beeinträchtigen. Die vorangegangenen Laborversuche zeigten für die verwendeten Elastomere Verlustfaktoren in der Größenordnung von 0,35 bis 0,60 %.



Bild 6: Dämpferwirkung in Abhängigkeit von Dämpfungskoeffizient und Verlustfaktor

Entsprechend Bild 7 wurde der Versuchsaufbau so gestaltet, dass Versuchsanordnungen von ein bis acht Dämpfungselementen angeordnet in ein bis vier Scheiben möglich werden. Für die Versuche wurden die Kabel manuell zum Schwingen in der 1. bzw. der 2. Eigenfrequenz angeregt. Die Kabelschwingungen wurden mit mehreren Beschleunigungsaufnehmern und Wegaufnehmern gemessen. Die Dämpfung wurde jeweils aus dem Ausschwingvorgang unter Zuhilfenahme eines Curve-Fitting Algorithmus bestimmt.



Bild 7: Versuchsaufbau am Prüfstand an ELSA (JRC)

Abhängig von der Konfiguration und der Eigenfrequenz konnten Dämpfungszahlen bis zu 0,89 % ermittelt werden. Bei den Versuchen konnte auch gezeigt werden, dass sich die größere Biegesteifigkeit des Kabels im Ankerbereich und die leicht dämpfende Wirkung der Verankerungskonfiguration negativ auf die Wirksamkeit des Dämpfers auswirken.

6. Erstanwendung eines Prototyps

Die erste Anwendung eine Prototyps erfolgte an einem Abspannkabel des Sendemast am Schöckl / Österreich (Bild 8). An diesen Abspannungen werden immer wieder erhebliche Kabelschwingungen beobachtet.

Im Zuge der Montage wurden umfangreiche messtechnische Untersuchungen durchgeführt und eine permanente Messanlage zur Überwachung der Schwingungen an zwei der vier Abspannkabel installiert.



Bild 8: Sendemast am Schöckl und Seilabspannung mit montiertem Dämpfer

7. Ausblick

Bei der Entwicklungsarbeit des vorgestellten, passiven Seildämpfers und insbesondere bei den Versuchen am Prüfstand konnten umfangreiche Erfahrungen hinsichtlich der Wechselwirkungen zwischen Seildämpfer, schwingendem Seil und Einfluss der Verankerungskonstruktion gewonnen werden.

Der bisherige Entwicklungsprozess und die bisherigen Versuche entsprechen den Erwartungen. Allerdings sind noch weitere Untersuchungen hinsichtlich des Einflusses von Umweltbedingungen, insbesondere von sehr hohen und sehr niedrigen Temperaturen, auf die Wirksamkeit des Dämpfers erforderlich. Weiters ist die messtechnische Langzeitbeobachtung über mindestens einen Jahreszyklus vorgesehen. Aufgrund seiner exponierten Lage hinsichtlich Umwelteinflüssen ist der Sendeturm Schöckl dafür besonders gut geeignet.

Literatur

- [1] VDI-Gesellschaft Entwicklung Konstruktion Vertrieb: VDI-Berichte Nr. 1441, Baudynamik, Tagung Kassel, 17.-18.5.2006. Düsseldorf, VDI Verlag GmbH, 2006.
- [2] French interministerial commission on prestressing: Cable Stays Recommendations of French interministerial commission on Prestressing. Bagneex France: SETRA 2002.

- [3] Proceedings of the Seventh International Symposium on CABLE DYNAMICS. Vienna (Austria): A.I.M., 2007.
- [4] Irvine, H.M.: Cable Structures, Dover, New York: 1981.
- [5] Irvine, H.M., Caughey, T.K.: The linear theory of free vibrations of a suspended cable, London: Proceedings of the Royal Society, Series A, 341, 1974.
- [6] Krenk, S., Nielsen, S.R.: Vibrations of a shallow cable with a viscous damper, London: Proceedings of the Royal Society, Series A, 458, 2002.
- [7] Wenzel, H., Forstner, E.: IMAC-Final Technical Report, Vienna: VCE-Holding GmbH, 2004.