

tet außer den erschütterungstechnischen Effekten kaum Vorteile, wohl aber erhaltungstechnische Nachteile. Es ist somit erforderlich sich der schwingungstechnischen Vorteile zu vergewissern, damit garantiert ist, dass sich der Aufwand lohnt und die gewünschte Wirkung eintritt. Aus diesem Grund werden MFS bereits unmittelbar nach ihrer Fertigstellung dynamisch geprüft um ihre ordnungsgemäße Funktion zu dokumentieren. Würde ein späteres Instandsetzen bzw. Reparieren von MFS wegen eines nicht erkannten Mangels erforderlich werden, so wären ein unverhältnismäßig großer Aufwand und umfangreiche Gleissperrungen erforderlich, weshalb der rechtzeitigen Überprüfung große Bedeutung zukommt.

Da die analytische Beschreibung das Verständnis der physikalischen Zusammenhänge wesentlich besser demonstriert als es numerische Fallstudien vermögen, werden im Folgenden die erforderlichen Gleichungen hergeleitet. Die entwickelten Gesetzmäßigkeiten werden im Anschluss messtechnisch bestätigt.

2. MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN VON MASSE-FEDER-SYSTEMEN

2.1. STATISCHE BIEGELINIE

Die Berechnung des Troges bzw. Balkens von Masse-Feder-Systemen geschieht vorwiegend nach dem Prinzip des elastisch gebetteten Biegebalkens. Es werden die statischen Schnittgrößen durch die einzelnen Achslasten im Balken überlagert und die Bewehrung darauf bemessen.

Für die gegenständliche Thematik ist die statische Biegelinie deswegen von Interesse, weil sie bei der Betrachtung der dynamischen Biegewellen einen Anhaltspunkt geben kann, in welchem Abstand von der Belastung die „lokale Störung“ abgeklungen ist und sich die Wellen gemäß der hergeleiteten Gleichung ausbreiten werden.

Die Gleichung der Biegelinie des elastisch gebetteten Trägers lautet:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + k \cdot w = p \quad (\text{Formel 2.1})$$

Die „charakteristische Länge“ L in m oder „elastische Länge“ des gebetteten Trägers wird wie folgt definiert.

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot EI}{k_{\text{stat}}}} \quad (\text{Formel 2.2})$$

Mit der Belastung durch eine vertikale Einzelkraft P im Ursprung kann folgende Lösung für die Biegelinie angegeben werden

$$w = \frac{P}{2 \cdot k_{\text{stat}} \cdot L} \cdot e^{-\frac{|x|}{L}} \cdot \left(\sin\left(\frac{x}{L}\right) + \cos\left(\frac{x}{L}\right) \right) \quad (\text{Formel 2.3})$$

wobei durch k_{stat} die statische Bettung in kN/m^3

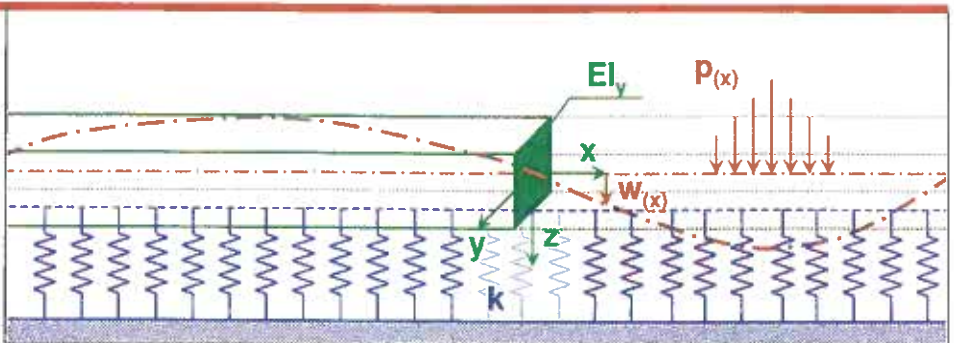


BILD 2.1: Skizze der statischen Biegelinie eines elastisch gelagerten Balkens

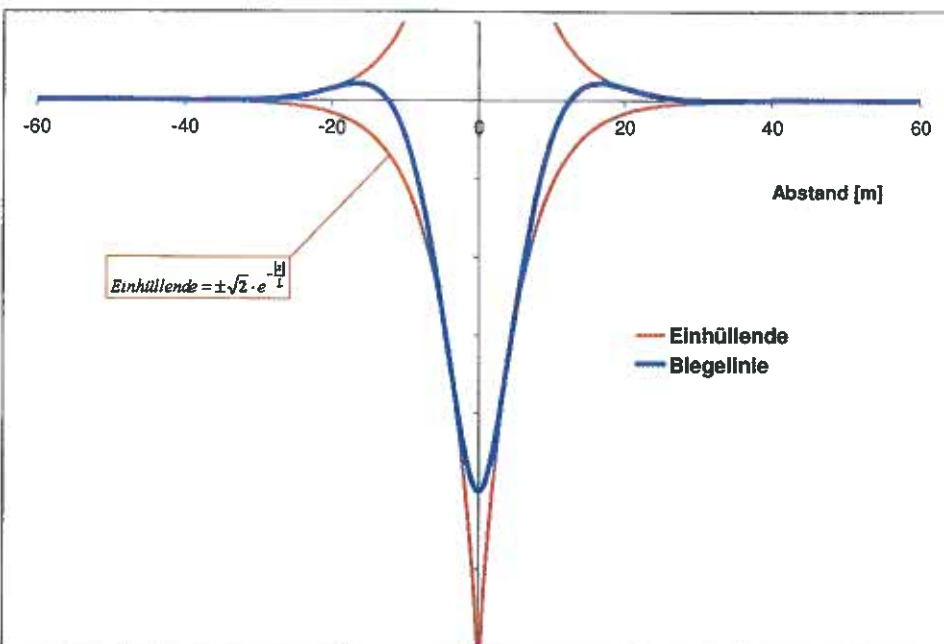


BILD 2.2: Beispiel einer Biegelinie eines Masse-Feder-Systems mit Einhüllenden

(Bettungsziffer C in kN/m^3 mal Trogbreite b_T in m), E der E-Modul des Betons in kN/m^2 und durch I das Trägheitsmoment m^4 um die y -Achse beschrieben wird.

An der Angriffsstelle der Last ist die Durchbiegung maximal und nimmt den Wert w_0 an:

$$w_0 = \frac{P}{2 \cdot k_{\text{stat}} \cdot L} \quad (\text{Formel 2.4})$$

Die Ableitungen der Biegelinie führen zu folgenden Resultaten:

$$w = w_0 \cdot \frac{\sin(|\xi|) + \cos(|\xi|)}{e^{|\xi|}} \quad (\text{Formel 2.5})$$

$$w' = -2 \cdot w_0 \cdot \frac{\sin(\xi)}{e^{|\xi|}} \cdot \frac{1}{L} \quad (\text{Formel 2.6})$$

$$w'' = -2 \cdot w_0 \cdot \frac{\cos(|\xi|) - \sin(|\xi|)}{e^{|\xi|}} \cdot \frac{1}{L^2} \quad (\text{Formel 2.7})$$

$$w''' = -4 \cdot w_0 \cdot \frac{\cos(|\xi|)}{e^{|\xi|}} \cdot \text{sign}(x) \cdot \frac{1}{L^3} \quad (\text{Formel 2.8})$$

$$\text{mit } \xi = \frac{x}{L} \quad (\text{Formel 2.9})$$

$$\text{und } \text{sign}(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{für } x \neq 0 \\ \pm 1 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad (\text{Formel 2.10})$$

errechnen sich die Verläufe der Schnittgrößen wie folgt:

$$\text{Momentenlinie: } M = -w'' \cdot EI \quad (\text{Formel 2.11})$$

$$\text{Querkraftlinie: } Q = -w''' \cdot EI \quad (\text{Formel 2.12})$$

Das maximale Moment liegt unter der Einzelkraft und hat die Größe:

$$M_0 = \frac{P \cdot EI}{k \cdot L^3} \quad (\text{Formel 2.13})$$

Das Bild 2.2 zeigt die Form der statischen Biegelinie für das Beispiel des gemessenen Querschnittes.

Die Wellenlänge der statischen Biegelinie beträgt $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot L$

Die Biegelinie setzt sich aus dem Produkt eines oszillierenden Anteils und einer Funktion des örtlichen Abklings zusammen. Diese Einhüllende hat die Form:

$$e^{-x/L} \quad (\text{Formel 2.15})$$

Diese „örtliche Abklingrate“ wird im Folgenden noch eine größere Rolle spielen. Sie ist im statischen Fall:

mit einer Lösung der Form

$$z = \hat{z} \cdot e^{i\Omega t} \quad (\text{Formel 2.34})$$

wobei \hat{z} die Amplitude der Schwingungsantwort ist.

$$\dot{z} = i \cdot \Omega \cdot \hat{z} \cdot e^{i\Omega t} = i \cdot \Omega \cdot z \quad (\text{Formel 2.35})$$

$$\ddot{z} = -\Omega^2 \cdot \hat{z} \cdot e^{i\Omega t} = -\Omega^2 \cdot z \quad (\text{Formel 2.36})$$

Eingesetzt in die Differentialgleichung ergibt sich der Zusammenhang zwischen Belastungsamplitude und der Amplitude der dynamischen Antwort wie folgt:

$$(-\Omega^2 \cdot m + i \cdot \Omega \cdot c + k) \cdot \hat{z} \cdot e^{i\Omega t} = \hat{p} \cdot e^{i\Omega t} \quad (\text{Formel 2.37})$$

$$\hat{z} = \frac{\hat{p}}{-\Omega^2 \cdot m + i \cdot \Omega \cdot c + k} \quad (\text{Formel 2.38})$$

Wird die Kraft der Anregungsamplitude statisch angesetzt, so ergibt sich die statische Auslenkung des Systems zu

$$z_{\text{stat}} = \frac{\hat{p}}{k} \quad (\text{Formel 2.39})$$

und η ist das Verhältnis der Erregerfrequenz zur ungedämpften Eigenfrequenz.

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega_0} \quad (\text{Formel 2.40})$$

$$\begin{aligned} \hat{z} &= \frac{\hat{p}}{k} \cdot \frac{1}{-\Omega^2 \cdot \frac{m}{k} + i \cdot \Omega \cdot \frac{c}{k} + 1} \\ &= z_{\text{stat}} \cdot \frac{1}{1 - \eta^2 + i \cdot 2 \cdot \eta \cdot \frac{c}{k} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}} \\ &= z_{\text{stat}} \cdot \frac{1}{1 - \eta^2 + i \cdot 2 \cdot D \cdot \eta} \end{aligned} \quad (\text{Formel 2.41})$$

Interessiert nur die Größe der komplexen Schwingungsamplitude wird von \hat{z} der Betrag genommen und so die reelle Vergrößerungsfunktion $V(\eta)$ ermittelt.

$$\begin{aligned} |\hat{z}| &= z_{\text{stat}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}} = z_{\text{stat}} \cdot V(\eta) \\ \rightarrow V(\eta) &= \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot \eta^2}} \end{aligned} \quad (\text{Formel 2.42})$$

Diese Funktion hat ihr Maximum (Resonanzüberhöhung) jedoch nicht bei der Eigenfrequenz des Systems sondern bei der Resonanzfrequenz, die mit zunehmender Dämpfung etwas darunter liegt.

$$\omega_R = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot D^2} \quad \text{für } D < \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707 \quad (\text{Formel 2.43})$$

$$V(\omega_R) = \frac{1}{2 \cdot D \cdot \sqrt{1 - D^2}} \quad \text{lautet das Maximum.} \quad (\text{Formel 2.44})$$

Es wird ersichtlich, dass die Schwingungsamplituden in der Nähe der Eigenfrequenz durch das Masse-Feder-System sogar verstärkt werden, um danach bei höheren Frequenzen stark reduziert zu sein (Bild 2.6).

Für die Wirkung eines Masse-Feder-Systems wird das Einfügedämmmaß definiert, welches das Verhältnis der Übertragungsfunktion ohne MFS (H_{ref}) zur Übertragung mit MFS (H_{MFS}) in Dezibel angibt (DIN V 45673 4:2008 07)).

$$D_e = 20 \cdot \log \left(\frac{H_{\text{ref}}}{H_{\text{MFS}}} \right) \quad \text{lautet das Maximum.} \quad (\text{Formel 2.45})$$

In der Literatur ist bei Krüger folgende Formel für das Einfügedämmmaß eines leichten MFS zu finden, deren Nenner aus der bereits hergeleiteten Übertragungsfunktion bekannt ist:

$$D_e = 20 \cdot \log \left(\sqrt{\frac{1 + (2 \cdot D \cdot \eta)^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot D \cdot \eta)^2}} \right) \quad (\text{Formel 2.46})$$

$$P(t) = \hat{P} \cdot e^{i \cdot \Omega \cdot t}$$

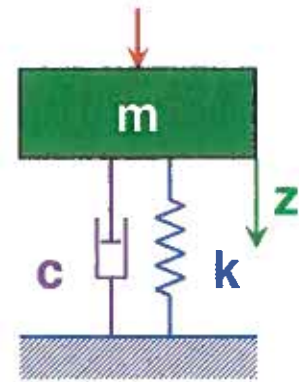


BILD 2.5: Skizze eines harmonisch angeregten Einmassenschwingers

BILD 2.6: Vergrößerungsfunktion eines harmonisch angeregten, gedämpften Einmassenschwingers

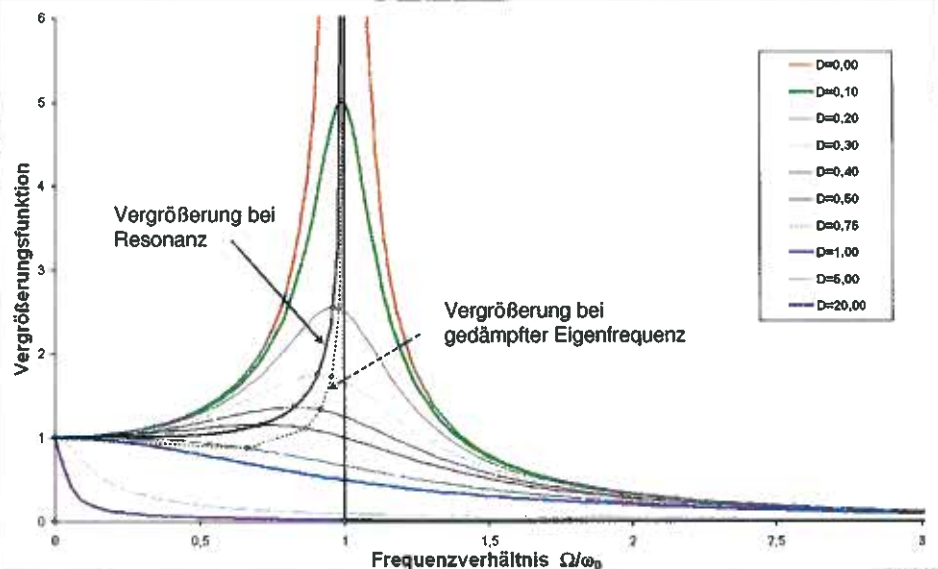
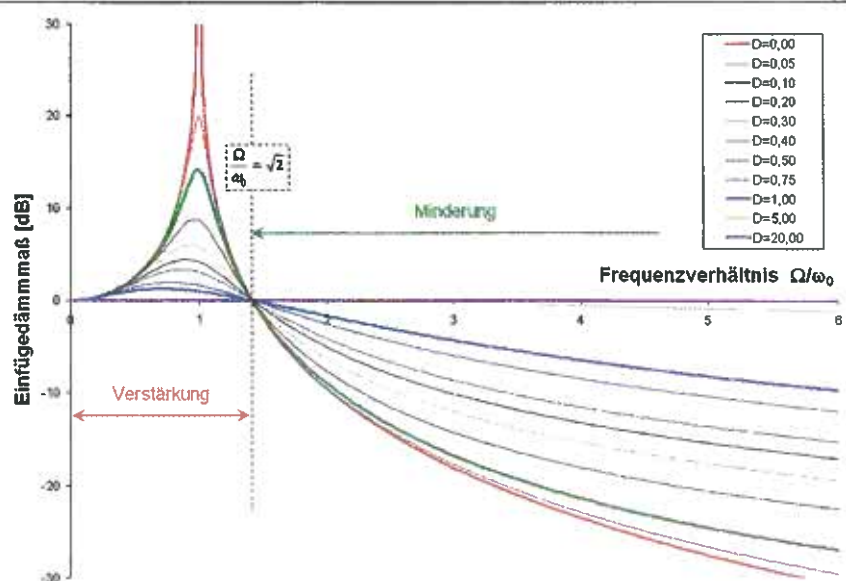


BILD 2.7: Einfügedämmmaß eines Masse-Feder-Systems



Die graphische Darstellung dieser Formel zeigt, dass wenig gedämpfte Systeme am wirksamsten sind und die Schwingungen am meisten reduzieren, aber unterhalb der $\sqrt{2}$ -fachen Eigenfrequenz auch am meisten verstärken (Bild 2.7). Mit zunehmender Dämpfung wird das System immer weniger effektiv.

Die Einmassenschwingeranalogie ist bei Masse-Feder-Systemen aber streng genommen nur bei der Transversalschwingung erster Ordnung im ungedämpften eingeschwingenen Zustand in Eigenfrequenz möglich und gültig. Dies bedeutet, dass nur in diesem Spezialfall, in dem die Schwingung eine reine vertikale Parallelverschiebung des MFS in Eigenfrequenz darstellt, und somit keine Balkenbiegung auftritt, die ausgeführten Überlegungen exakte Gültigkeit haben. Da dies für alle Frequenzen abseits der Eigenfrequenz nicht der Fall sein kann (außer bei Anregung durch eine harmonische Gleichlast), gelten die beschriebenen Phänomene nur unter gewissen Voraussetzungen und nur näherungsweise, denn es muss die Ausbreitung der Schwingungen in Form von Biege-Wellen berücksichtigt werden.

2.3. TRANSVERSALWELLEN-AUSBREITUNG

Ungedämpfter, elastisch gebetteter Biegeträger

Das Masse-Feder-System wird als unendlich langer, elastischer Biegeträger mit linear elastischer Bettung (Winklerbettung) modelliert und besitzt folgende Biegegleichung:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + k \cdot z = 0 \quad (\text{Formel 2.47})$$

Wobei $m = \rho \cdot A$ die Linienmasse in [kg/m] und k die Bettung in [(N/m)/m] (Bettungszahl mal Trogbreite) darstellt.

EI gibt die dynamische Biegesteifigkeit des Balkens in [(kN/m²)·m⁴=kN·m²] an.

Für die dynamische Biegelinie (Biegeschwin- gung) im eingeschwingenen Zustand wird der folgende Lösungsansatz getroffen, dessen Ableitungen angegeben werden.

$$z = e^{i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_B} x \right)} \quad (\text{Formel 2.48})$$

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^4 \cdot e^{i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_B} x \right)} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^4 \cdot z \quad (\text{Formel 2.49})$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -\omega^2 \cdot e^{i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_B} x \right)} = -\omega^2 \cdot z \quad (\text{Formel 2.50})$$

Nach Einsetzen in die Biegegleichung kann z gekürzt werden:

$$EI \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^4 \cdot z - m \cdot \omega^2 \cdot z + k \cdot z = 0 \quad (\text{Formel 2.51})$$

Aus der charakteristischen Gleichung wird die Wellenlänge λ_B in Abhängigkeit der Frequenz der Welle ermittelt.

$$EI \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^4 - m \cdot \omega^2 + k = 0 \quad (\text{Formel 2.52})$$

$$\lambda_B = 2\pi \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{m \cdot \omega^2 - k}} \quad (\text{Formel 2.53})$$

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_B dieser Biegewelle ist das Produkt der Wellenlänge und der Frequenz.

$$c_B = \lambda_B \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \omega \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{m \cdot \omega^2 - k}} \quad \text{für } \omega > \omega_0 \text{ mit}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{Formel 2.54})$$

$$c_B = \omega \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{m \cdot \omega^2 - k}} = 2\pi \cdot f \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{m \cdot (2\pi \cdot f)^2 - k}} \quad (\text{Formel 2.55})$$

Es ist somit klar ersichtlich, dass die Biege-Wellen unterschiedlicher Frequenzen auch unterschiedliche Wellengeschwindigkeiten besitzen. Ein Erschütterungssignal ist in der Regel als Summe von Teilschwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen zu beschreiben. Durch die unterschiedlichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten während der Ausbreitung durch einen Biegebalken wird seine Form daher verändert. Diese sukzessive Separierung der einzelnen Frequenzanteile wird „Dispersion“ genannt. Da sie in den gemessenen Signalen erkennbar ist, kann die Dis-

person verwendet werden, um die dynamischen Parameter eines Masse-Feder-Systems zu bestimmen.

Für den Biegeträger ohne Bettung degeneriert die Gleichung des gebetteten Trägers zu:

$$c_B = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{EI}{m}} = \sqrt{f} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot EI}{m}} \quad \text{ohne}$$

Einschränkung der Frequenz (Formel 2.56)

Die Gleichungen stellen die Lösung des eingeschwingenen Systems dar. Es ist jedoch klar ersichtlich, dass Wellen mit unterschiedlichen Frequenzen auch unterschiedliche Laufzeiten besitzen, weshalb ein Signal, das verschiedene Frequenzen beinhaltet, seine Form im Laufe seiner Fortpflanzung im Biegebalken verändert (Dispersion).

Die Dispersionskurve für den gebetteten Träger hat ein Minimum an jener Stelle, an welcher der Ausdruck

$$\left(\frac{m \cdot \omega^2 - k}{\omega^4} \right) \quad \text{maximal wird. Seine Ableitung wird Null gesetzt und die Position des Kurvenminimums bestimmt.}$$

$$\left(\frac{m \cdot \omega^2 - k}{\omega^4} \right) = \max \rightarrow \omega = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{2} \cdot \omega_0 \quad (\text{Formel 2.57})$$

An der Stelle $\omega = \sqrt{2} \cdot \omega_0$ tritt demnach das Minimum der Dispersionskurve für den elastisch gebetteten Träger auf, welches folgenden Wert annimmt:

$$c_{B \min} = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot k \cdot EI}{m^2}} \quad (\text{Formel 2.58})$$

und damit bei dieser Frequenz um den Faktor $\sqrt[3]{2} = 1,1892$ über der Wellengeschwindigkeit des ungebetteten Trägers liegt.

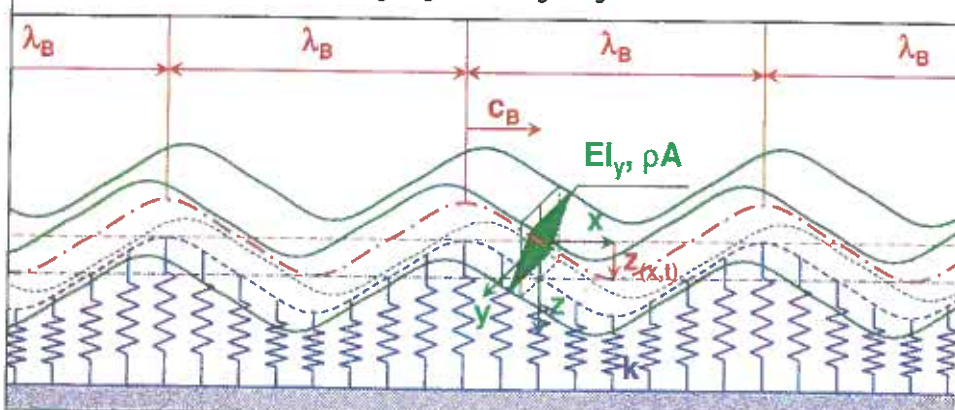
$$c_{B(\omega = \sqrt{2} \cdot \omega_0)} = \sqrt[4]{\frac{2 \cdot k \cdot EI}{m^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot c_{B \min} \quad (\text{Formel 2.59})$$

Die Dispersionskurve hat bei der Eigenfrequenz eine Singularität. Diese Unendlichkeitsstelle ist dadurch bedingt, dass bei Eigenfrequenz die Balkenschwingung theoretisch keine Biegeschwingung mehr ist, sondern vielmehr eine Parallelverschiebung des Balkens auf seiner gesamten (theoretisch unendlichen) Länge. Deswegen wird die Wellenlänge unendlich groß und die Wellengeschwindigkeit wächst dadurch ins Grenzenlose.

Mit zunehmender Frequenz nähert sich die BiegeWellengeschwindigkeit des gebetteten Trägers asymptotisch jener des vollkommen ungebetteten Trägers. Dies zeigt, dass die elastische Lagerung für hinreichend hohe Frequenzen zu einer nahezu vollständigen dynamischen Entkopplung des Systems führt, was auch die Wirkung des Masse-Feder-Systems beschreibt.

Mit steigender Frequenz werden jedoch die Wellenlängen trotz wachsender BiegeWellen-

BILD 2.8: Skizze des elastisch gelagerten Biegeträgers



lengeschwindigkeit immer kürzer, sodass schon aus geometrischen Gründen bei realen Trägern bei hohen Frequenzen die Biegetheorie nicht mehr voll zutreffend ist. Der Träger mit seiner konstanten Trägerhöhe wirkt bei steigender Frequenz und damit kleiner werdender Wellenlänge zunehmend als gedrungener Querschnitt, sodass die Schubwellen immer mehr in den Vordergrund treten. Die Schubwellengeschwindigkeit c_s (Scherwellengeschwindigkeit) besitzt keine Dispersion. Sie ist für alle Frequenzen gleich und nur vom Schubmodul G und der Materialdichte ρ abhängig. Sie ist vor allem für den Welleneintritt bei der Fortpflanzung von Stoßwellen interessant.

$$c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \text{ mit } G = \frac{E}{2 \cdot (1 - \nu)} \quad (\text{Formel 2.60})$$

Auch die Kompressionswelle weist keine Dispersion auf. Sie ist schneller als die Scherwelle, kann sich im gegenständlichen Fall aber nur störend auswirken, da sie die Bewegungen in Trägerlängsrichtung ausführt.

$$c_p = \sqrt{\frac{E_s}{\rho}} \text{ mit } E_s = E \cdot \frac{1 - \nu}{1 - \nu - 2\nu^2} \quad (\text{Formel 2.61})$$

Beton hat z.B. bei einem E-Modul von 35 000 MN/m² und einer Querdehnzahl ν von 0,2 einen Schubmodul G von 14 500 MN/m², was bei einer Dichte ρ von 2 500 kg/m³ zu einer Scherwellengeschwindigkeit von ca. 2 400 m/s führt (Kompressionswelle ca. 4 000 m/s).

Gedämpfter, elastisch gebetteter Biegeträger

Wird nun auch eine viskose Dämpfung (c in [(N s)/m/m]) für den elastisch gebetteten Biegeträger angesetzt, so sieht die Biegegleichung wie folgt aus:

$$EI \cdot \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + c \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + k \cdot z = 0 \quad (\text{Formel 2.62})$$

Die Lösung wird als Produkt eines schwingenden Anteiles $f(t)$ und einer örtlichen Abklingfunktion $g(x)$ angesetzt.

$$z(x, t) = f(t) \cdot g(x) \quad (\text{Formel 2.63})$$

$$f(t) = e^{i\omega t} \text{ damit: } \frac{\partial z}{\partial t} = i \cdot \omega \cdot z \quad (\text{Formel 2.64})$$

Eingesetzt in die Biegegleichung ergibt dies eine gewöhnliche Differenzialgleichung.

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} = z \cdot \frac{m \cdot \omega^2 - k - i \cdot c \cdot \omega}{EI} \quad (\text{Formel 2.65})$$

Diese Funktion entspricht dem Anteil $g(x)$, da sie nur von x abhängig ist, und besitzt vier Lösungen.

$$z_{1/2}(x) = e^{\pm x \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - k - i \cdot c \cdot \omega}{EI}}} \text{ und}$$

$$z_{3/4}(x) = e^{\pm i x \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - k - i \cdot c \cdot \omega}{EI}}} \quad (\text{Formel 2.66})$$

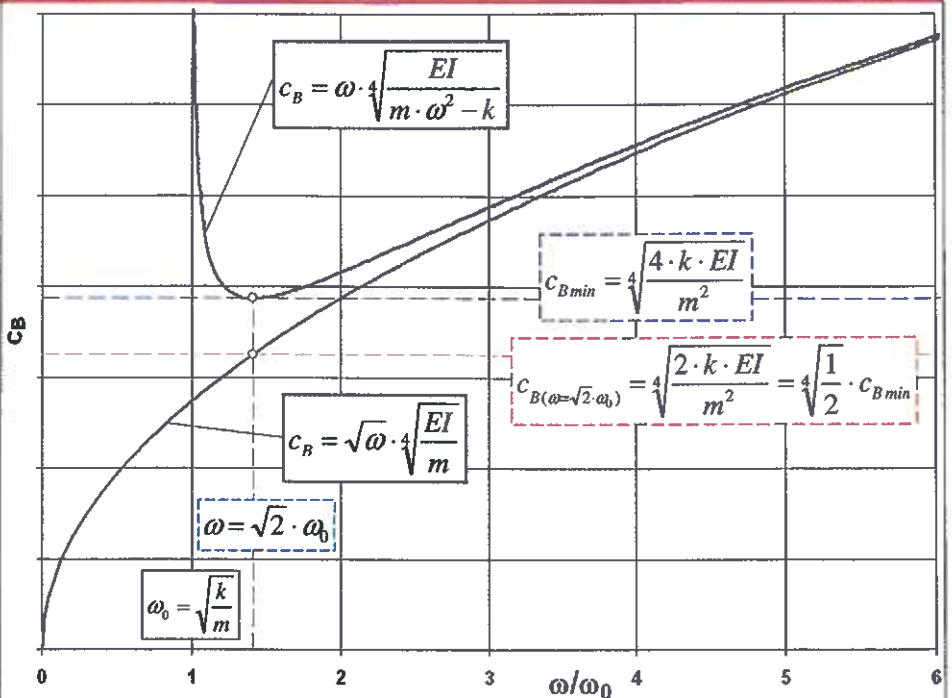


BILD 2.9: Dispersionskurven des elastisch gebetteten Biegeträgers (blau) und des ungebetteten Biegeträgers (rot)

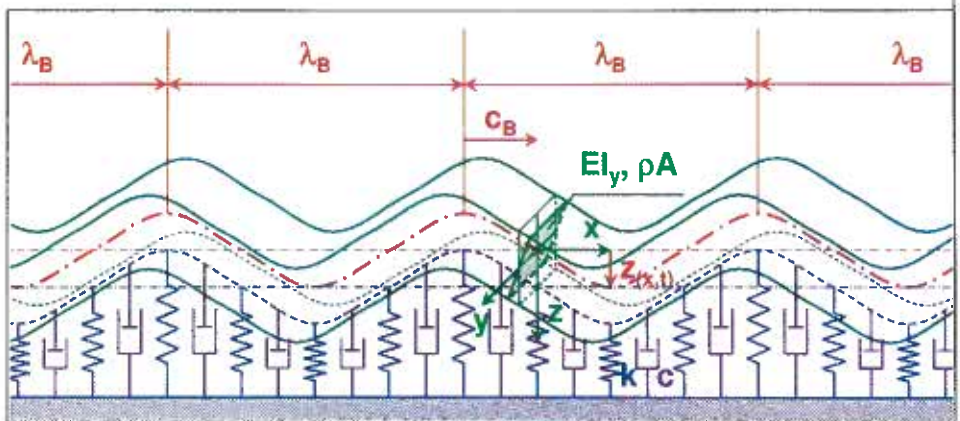


BILD 2.10: Skizze des elastisch gelagerten Biegeträgers mit Dämpfung

Da die Lösung auch die bereits bekannte Lösung des ungedämpften Trägers für $c = 0$ als Spezialfall beinhalten muss, kann für die weitere Berechnung nur folgende Lösung herangezogen werden:

$$z(x) = e^{-i x \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - k - i \cdot c \cdot \omega}{EI}}} \quad (\text{Formel 2.67})$$

Die Lösung hat nun folgende Form (örtliche Abklingfunktion) · (laufende Welle):

$$z(x, t) = e^{-x \cdot \left(1 + i \frac{2\pi}{\lambda}\right)} \cdot e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x)} \quad (\text{Formel 2.68})$$

$$e^{i\omega t} = e^{-x \tau} \cdot e^{i \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)}$$

Durch Lösen der 4-ten Wurzel mit Hilfe der Halbwinkelsätze, Selektion der physikalisch relevanten Lösungen und Koeffizientenvergleich werden folgende Lösungen für die Biegewellenlänge λ_B und den Abklingexponenten r gefunden:

$$\lambda_B = \left(\frac{EI}{\sqrt{(m \cdot \omega^2 - k)^2 + (c \cdot \omega)^2}} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\pi$$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{1 + \frac{m \cdot \omega^2 - k}{\sqrt{(m \cdot \omega^2 - k)^2 + (c \cdot \omega)^2}}} \quad (\text{Formel 2.69})$$

$$c_B = \lambda_B \cdot \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{Formel 2.70})$$

$$r = \left(\frac{\sqrt{(m \cdot \omega^2 - k)^2 + (c \cdot \omega)^2}}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{Formel 2.71})$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{1 + \frac{m \cdot \omega^2 - k}{\sqrt{(m \cdot \omega^2 - k)^2 + (c \cdot \omega)^2}}} \gg$$

Werden in diese Gleichungen die rechnerischen Werte von der Bemessung und Systemauslegung für das praktisch gemessene Masse-Feder-System eingesetzt, so entstehen die folgenden Bilder, die weiteren Aufschluss über die Wirkung des Systems geben.

EI 5951342600 N/m²
 m 5750 kg/m
 k 52650000 (N/m)/m
 $c = D \cdot 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$ für verschiedene
 Lehrsche Dämpfungsmaße D
 (Materialdämpfung)

Die Biegelinie des elastisch gebetteten Trägers (Bild 2.1) hat bereits im statischen Fall (Frequenz = 0) eine Wellenlänge von $\lambda_{\text{statisch}} = 2\pi \cdot L$. (Formel 2.72) Ausgehend von diesem Wert findet je nach Dämpfung bei Eigenfrequenz eine Überhö-

hung statt (Bild 2.11). Bei höheren Frequenzen konvergieren wegen der zunehmenden dynamischen Entkoppelung die Linien unterkritischer Dämpfung zu der Lösung des ungebetteten Trägers.

Das Lehrsche Dämpfungsmaß bei der später gezeigten beispielhaften Messung kann mit 0,11 abgeschätzt werden, die grüne Linie in den Bildern liegt diesem Wert am nächsten. Die Dispersionskurven (Bild 2.12) zeigen die theoretische Laufgeschwindigkeit der Biegewellen im elastisch gebetteten, unterschiedlich gedämpften Biegeträger. Die grüne Linie liegt wieder am nächsten bei der Dämpfung des gemessenen Systems. Das Ergebnis der später beschriebenen experimentellen Ermittlung der Dispersionskurve der Transversalwellen wurde in die Graphik eingetragen, um die relativ gute Übereinstimmung zu zeigen. Die Übereinstimmung ließe sich durch

Abstimmung der rechnerischen Parameter noch verbessern, doch dies würde nichts zum prinzipiellen Verständnis der Funktion von MFS beitragen. Viel interessanter ist, warum die experimentell ermittelte Linie unterhalb der Eigenfrequenz plötzlich keinen brauchbaren Verlauf mehr zeigt. Dies kann durch die folgende Graphik (Bild 2.13) erklärt werden, welche den Dämpfungsexponenten r der örtlichen Abklingfunktion zeigt.

Dieser hat bei 0 Hz den bereits erwähnten Wert der statischen Biegelinie. Die geometrische Abklingrate ist dabei so hoch, dass die Welle nach einer Wellenlänge praktisch abgeklungen ist und sich kaum mehr messen lässt. Erst oberhalb der Eigenfrequenz, wenn der örtliche Dämpfungsexponent bereits abgenommen hat, ist von einer messbaren Wellenausbreitung zu sprechen; ab hier gibt es auch brauchbare Ergebnisse bei der gemessenen Dispersions-Kurve. Für höhere Frequenzen nimmt die örtliche Dämpfung immer mehr ab, weshalb diese den Biegeträger über 100-te Meter in relevanter Größe passieren können.

Zur Veranschaulichung der Konsequenzen dieses Dämpfungsexponenten auf die örtliche Abklingfunktion wird in Bild 2.14 jene Distanz dargestellt, über die sich ein Signal jeweils halbiert, wenn es durch den Biegeträger läuft.

$$x_h = \frac{\ln(2)}{r} \quad (\text{Formel 2.73})$$

Dieser Zusammenhang ist der Grund, weshalb die direkte Bestimmung der Eigenfrequenz an Messpunkten in weiterer Entfernung vom Impulsgeber kaum möglich ist, da diese bereits abgeklungen ist, wohingegen die höheren Frequenzen leicht passieren können und somit dominieren. Erst die indirekte Eigenfrequenz-Messung durch das Minimum in der Dispersions-Kurve ist über weite Distanzen möglich. Die Reichweite der punktuellen Überprüfung der Eigenfrequenz ist demnach auf wenige Meter beschränkt.

Die gezeigten Zusammenhänge werden durch die im Folgenden beschriebenen Messungen eindrucksvoll bestätigt.

3. MESSUNG DER DYNAMISCHEN EIGENSCHAFTEN VON MFS

3.1. MESSAUFSTELLUNG

Die gezeigten Daten stammen aus einem oberflächennahen urbanen Tunnelquerschnitt (Bild 1.1), der mit einem Masse-Feder-System ausgestattet ist. Die Messungen fanden nach der Fertigstellung des Troges statt. Da die „Feste Fahrbahn“ noch nicht installiert war (Gleistragplatte und Vergussbeton, siehe Bild 1.1), fehlte dem System noch ein Teil der endgültigen Masse. Es kann jedoch aus den gemessenen Eigenfrequenzen auf die Eigen-

BILD 2.11: Wellenlänge in Abhängigkeit der Frequenz für unterschiedliche Dämpfungen

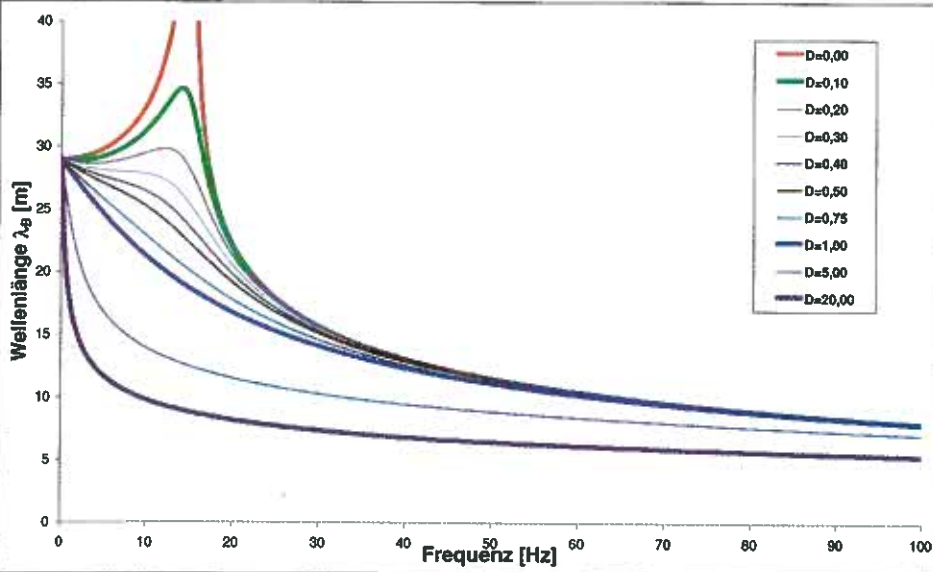
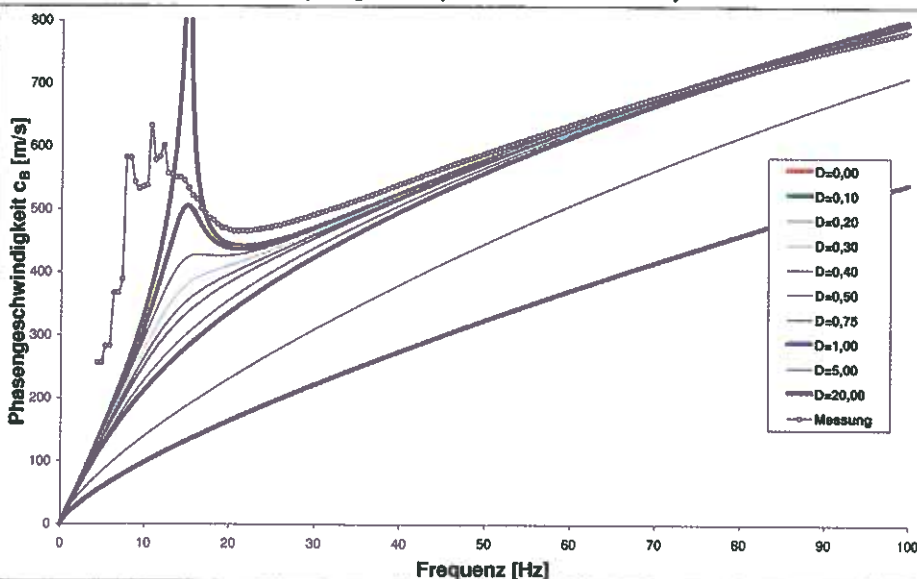


BILD 2.12: Phasengeschwindigkeit der Biegewelle in Abhängigkeit der Frequenz für unterschiedliche Dämpfungen. Dispersionskurven des Systems



frequenz im Endzustand geschlossen werden.

$$f_{\text{Endzustand}} = f_{\text{Bauzustand}} \cdot \sqrt{\frac{m_{\text{Bauzustand}} \cdot k_{\text{Endzustand}}}{m_{\text{Endzustand}} \cdot k_{\text{Bauzustand}}}}$$

(Formel 3.1)

Die Messungen erfolgten mittels künstlicher stoßförmiger Anregung. Mit einem dynamischen Lastplattengerät (leichtes Fallgewichtsgerät) wurden definierte vertikale Stöße in Trogmitte aufgebracht und unmittelbar daneben, sowie in regelmäßigen Abständen entfernt, die Schwingbeschleunigung in Trogmitte gemessen (Bild 3.1).

Nach Einbau der Festen Fahrbahn in den MFS-Trog (Bild 3.3) wird eine Folgemessung durchgeführt, welche die Massen-Abhängigkeit der Eigenfrequenz experimentell unterlegt.

3.2. MESSDATEN

Wird nun mit der dynamischen Lastplatte ein Stoß durchgeführt, so pflanzt sich die Stoßwelle primär in Form einer Transversalwelle in beide Richtungen fort und erreicht zuerst Sensor 1 und zuletzt Sensor 6 (Bild 3.4). Mit zunehmender Entfernung von der Quelle nehmen die Amplituden der Transversalwelle sukzessive ab. Durch die Dispersion der Biegewelle verändert das Signal aber auch seine Form, was bei Sensor 6 (blaue Linie) deutlich erkennbar wird. Hier kommen zuerst die Wellen höherer Frequenz mit ihrer höheren Laufgeschwindigkeit an und erst danach folgen Wellen niedrigerer Frequenz. Die Eigenfrequenz des Systems tritt aber nur an der Stelle der Belastung (Sensor 0) auf und setzt sich als Welle kaum fort. In der ersten kurzen Halbwelle des Sensors 0 sind die hohen Frequenzen des Stoßes noch enthalten. Danach sind sie in beide Richtungen abgeflossen und „lassen nur die Eigenfrequenz zurück“. Gibt es keine Reflexionen, so kommen die hohen Frequenzen der Transversalwelle auch nicht mehr zurück. Es verbleibt zwar eine gewisse „Systemunruhe“ am Punkt der dynamischen Anregung, diese kann ihre Ursache jedoch auch in einer leichten Koppelung von anderen Schwingungsformen wie der Torsionswelle (für die eine ähnliche Theorie möglich wäre, deren Messung aber doppelte Sensorenanzahl benötigt) bzw. der Kompressionswelle, die kaum gedämpft im System „hin und her schießt“, haben.

Beachtlich ist, dass die höherfrequenten Wellen ($f > 20$ Hz) noch in 90 m Entfernung höhere Amplituden besitzen, als die Schwingung in Eigenfrequenz am Ort der impulsförmigen Anregung nach einer Schwingungsperiode aufweist. Die theoretisch hergeleiteten unterschiedlichen örtlichen Abklingraten werden hier augenscheinlich.

Zur besseren Erkennbarkeit der Form der gemessenen Signale an den weiter entfernten

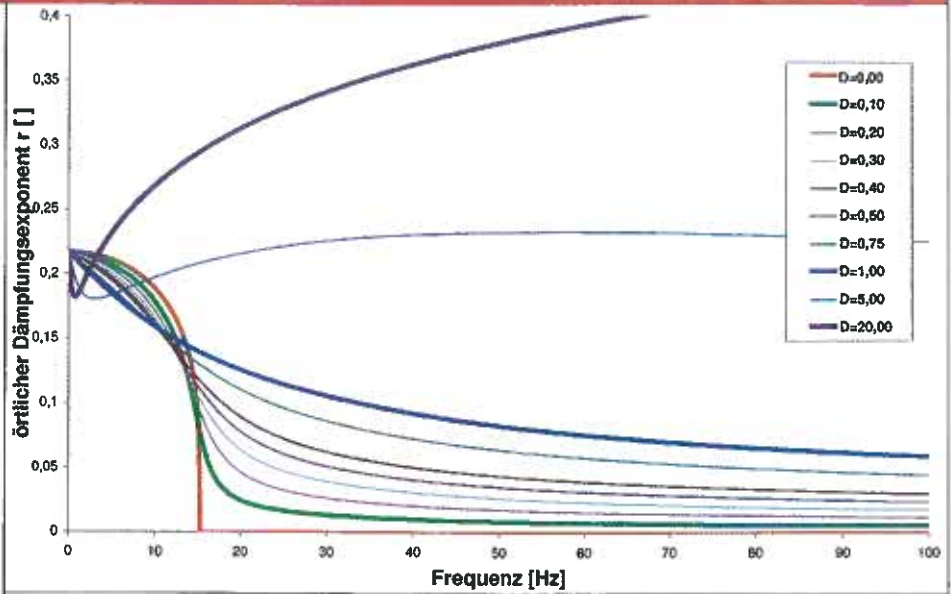


BILD 2.13: Dämpfungsexponent der örtlichen Abklingfunktion der Biegewelle in Abhängigkeit der Frequenz für unterschiedliche Dämpfungen

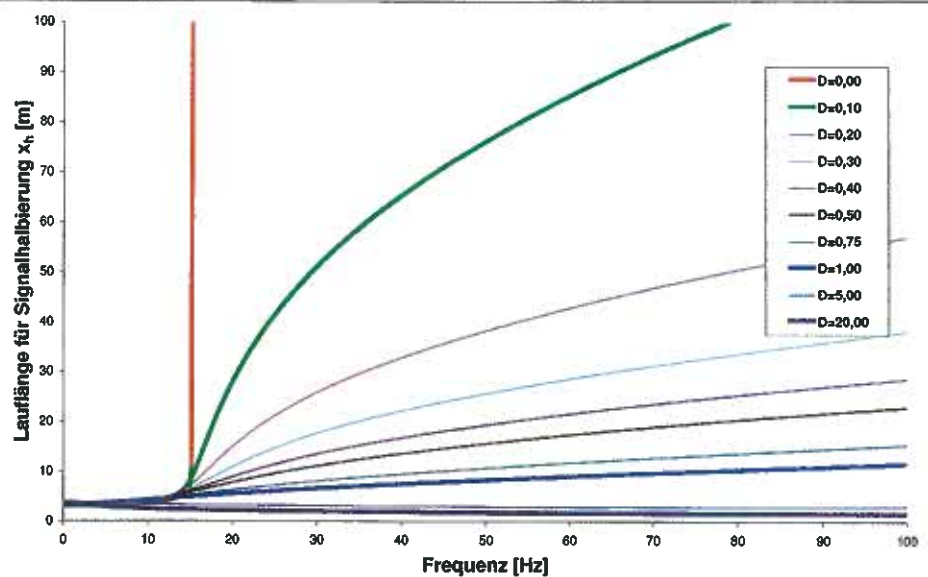


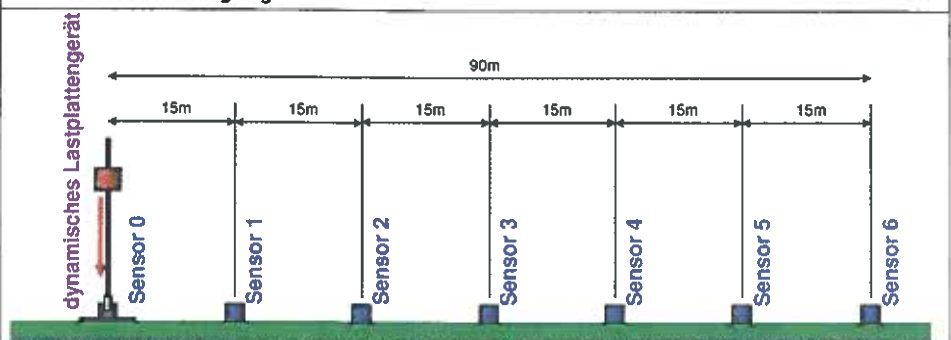
BILD 2.14: Lauflänge eines Signals im MFS, die zu dessen Halbierung führt (in Abhängigkeit der Frequenz für unterschiedliche Dämpfungen)

Messpunkten werden in der folgenden Graphik (Bild 3.5) die Signale normiert, sodass die jeweiligen Maximalamplituden denselben Betrag besitzen.

Zu beachten ist auch, dass sich die Schwin-

gungen der einzelnen Frequenzen, die im Stoß enthalten sind, nicht einfach über den Träger ausbreiten, sondern je nach Laufgeschwindigkeit in der entsprechenden Reihenfolge einen Messquerschnitt passieren und danach

BILD 3.1: Skizze: Längsschnitt durch Masse-Feder-System, Messaufstellung, dynamische Stoßanregung



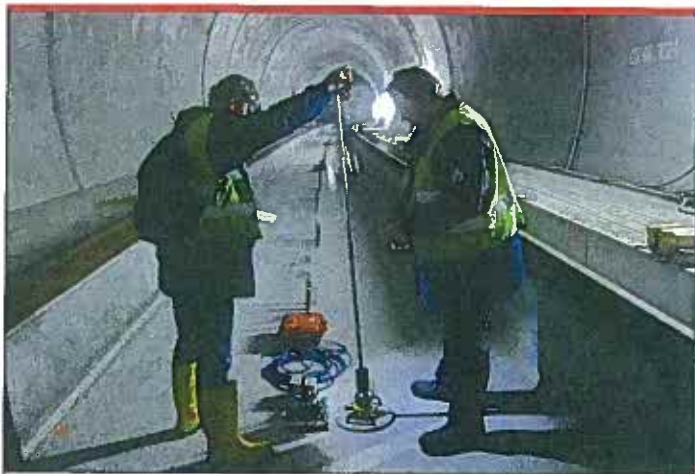


BILD 3.2: Schwingungsmessungen in einem MFS-Trog, Impulsbelastung durch Fallgewichtsgerät, Sensoren mit zugehörigen Speichereinheiten für die gemessenen Daten



BILD 3.3: Einbau der „Festen Fahrbahn“ in den MFS-Trog

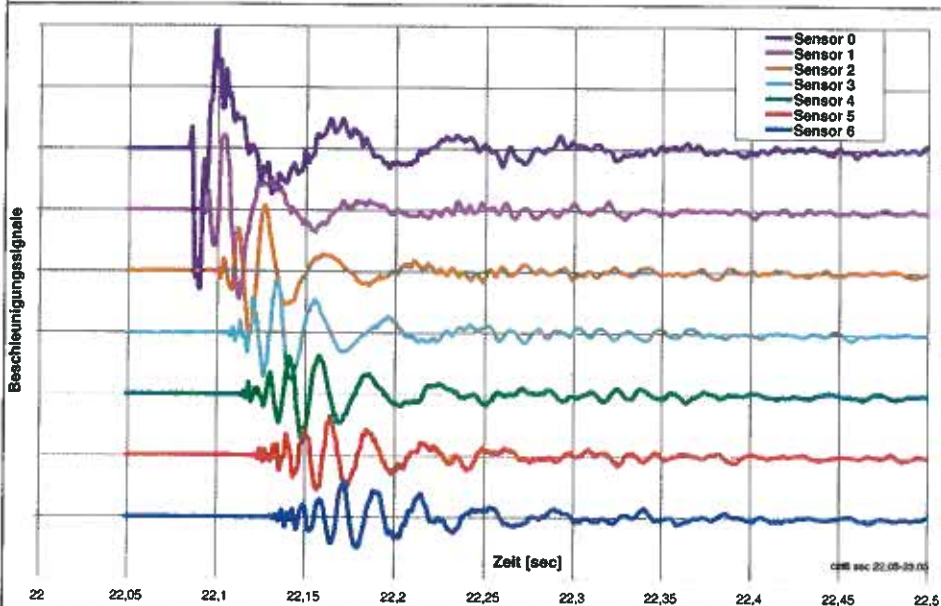
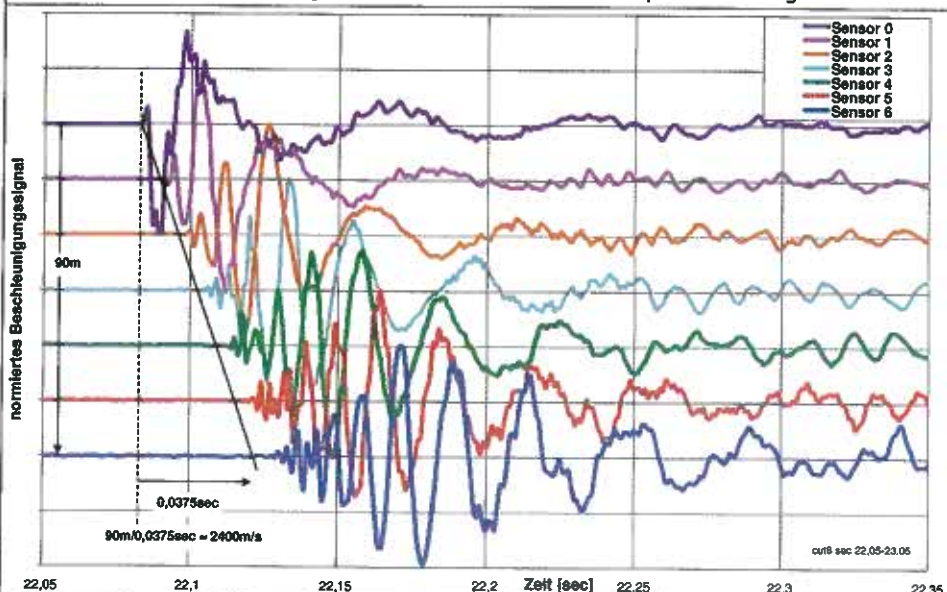


BILD 3.4: Bei Impulsbelastung des MFS-Troges an den einzelnen Messpunkten gleichzeitig gemessene Beschleunigungssignale, gestaffelt aufgetragen

BILD 3.5: Normierte Beschleunigungssignale der einzelnen Sensoren gestaffelt aufgetragen. Geschwindigkeit des Welleneintritts bei Impulsbelastung des MFS



wieder verschwinden. In dieser Betrachtungsform wirkt ein impulsförmig belastetes MFS auch für höhere Frequenzen mit der „Einmassenschwingercharakteristik“, jedoch nicht am Ort der Anregung sondern an jenen beiden Orten, an denen sich die auseinanderstrebenden Wellenfronten der betrachteten Frequenz gerade befinden. Für dynamische Anregungen aus dem Eisenbahnbetrieb mit vielen sich bewegenden Achsen an unterschiedlichen Orten findet durch die Wellenüberlagerung ein entsprechendes „Verschmieren“ der Verhältnisse statt, das eine ortsgebundene „Einmassenschwingercharakteristik“ des MFS durchaus rechtfertigt.

Die Geschwindigkeit des Welleneintritts lässt sich ausreichend gut, jedoch nicht optimal durch seine Verzögerung von Sensor zu Sensor erkennen. Es handelt sich dabei um die frequenzunabhängige Schubwellengeschwindigkeit (Geschwindigkeit ca. 2400 m/s), die sich zur Funktionskontrolle nicht gut eignet, da diese auch Fehlstellen passiert. Aufgrund der verwendeten Messausrüstung war die Abtastrate mit 1000 Hz begrenzt. Frequenzen über 250 Hz werden somit nicht mehr ausreichend aufgelöst, weshalb der Welleneintritt, der durch hohe Frequenzen gekennzeichnet ist, eher verschwommen in den Messdaten erkennbar ist.

4. AUSWERTUNGSMETHODEN

4.1. EIGENFREQUENZBESTIMMUNG MITTELS FFT

Mittels Fast-Fourier-Transformation (FFT) kann das gemessene Signal in den Frequenzbereich transformiert werden. Eigenfrequenzen sind an den Maxima ersichtlich (Bild 4.1). Die Aussagekraft der Auswertung hängt jedoch stark von der Anregung ab. Prinzipiell ist es möglich, sowohl künstliche (impulsförmige) Anregung als auch die ambiante Anregung (natürliche Unruhe des Systems) zu nutzen.

Bei der impulsförmigen Anregung darf für die unmittelbare Bestimmung der örtlichen Eigenfrequenz nur das Signal des Sensors direkt an der Stoßquelle herangezogen werden, da die Schwingung in Eigenfrequenz ein lokales Phänomen ist und sich kaum fortpflanzt. Bei Sensoren an weiter entfernten Positionen kommen überwiegend die höherfrequenten Schwingungskomponenten vor. Weiters ist für diese Art der Frequenzbestimmung nur jener Signalteil heranzuziehen, der rasch aufeinander folgende Impulse beinhaltet.

Die ambienten Schwingungen im System führen nur dann zu brauchbaren Resultaten, wenn gewährleistet ist, dass sie über die Tunnelsohle und das Flächenlager in das System gelangen. Dann tritt in der FFT-Analyse eine deutliche Spitze bei der Eigenfrequenz auf. Da höherfrequente Wellen einen Vorteil bei der Wellenausbreitung haben und sich über 100 te Meter problemlos fortpflanzen, darf der Biegeträger während ambientser Messungen keinesfalls durch Bautätigkeit, Begehen, etc. angeregt werden, da sonst ferne Störungen dominieren würden.

Sichtbar wird dieses Phänomen in der folgenden Graphik (Bild 4.2), in der die geglätteten FFT-Kurven in unterschiedlichen Entfernungen von der impulsförmigen Anregung zu sehen sind. Die tiefen Frequenzen werden vom Biegeträger kaum transportiert, bei der Eigenfrequenz ist die örtliche Abklingrate der Schwingungsamplituden noch beträchtlich. Mit zunehmender Frequenz ist die örtliche Abklingrate gering, die Amplituden sind bei den instrumentierten 90 m nicht einmal auf die Hälfte abgesunken.

Wird für jede ausgewiesene Frequenz des FFT-Spektrums das Verhältnis der Amplituden $a_{(x_1)}$ und $a_{(x_2)}$ für zwei Messpunkte an den jeweiligen Positionen x_1 und x_2 bestimmt, kann daraus der jeweilige örtliche Dämpfungsexponent r errechnet werden.

$$r = \frac{\ln \left(\frac{a_{(x_1)}}{a_{(x_2)}} \right)}{x_2 - x_1} \quad (\text{Formel 4.1})$$

Bild 4.3 zeigt die experimentell ermittelten Werte einmal aus dem Vergleich der Signale von Sensor 0 und Sensor 6 (blau) und einmal mit Sensor 2 und Sensor 6 (rot). Die analytische Funktion ist für die Dämpfungen von $D = 0,11$ und $D = 0,07$ eingezeichnet. Die gemessenen tiefen Frequenzen stammen zusehends nicht mehr vom Impuls, sondern kommen aus dem Untergrund in das MFS. Dieser Einfluss erklärt die Abweichung von der analytischen Funktion. Es wird die Systemdämpfung in Bild 4.6 mit $D = 0,11$ etwas überschätzt, denn die für das Fernfeld wirksame Dämpfung kann durch Anpassung der analytischen Kurve an die gemessenen Werte mit $D = 0,07$ abgeschätzt werden. Die Form der analytischen Kurve stimmt hervorragend mit den gemessenen Daten überein.

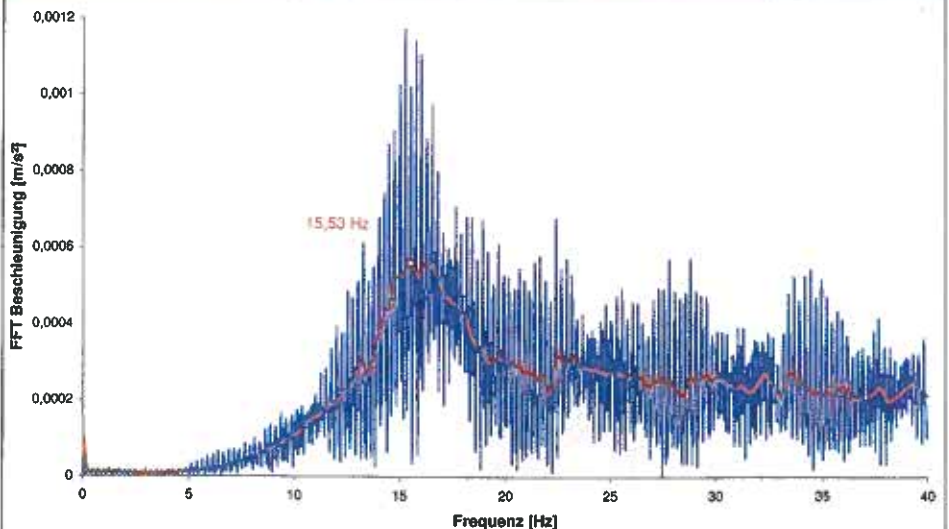


BILD 4.1: Auswertung im Frequenzbereich, Sensor 0 in der unmittelbaren Nähe des Stoßes

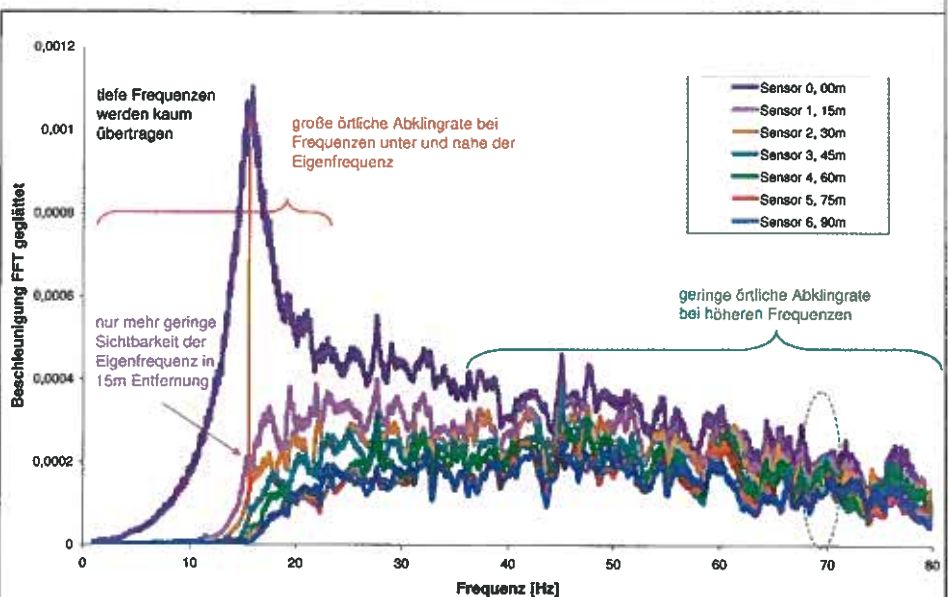


BILD 4.2: Auswertung im Frequenzbereich, Sensor in verschiedenen Abständen vom Stoß

4.2. EIGENFREQUENZBESTIMMUNG IM ZEITBEREICH

Die Eigenfrequenz des MFS lässt sich auch direkt aus dem Signal jenes Sensors bestimmen, der unmittelbar neben der Quelle der impulsförmigen Anregung aufzeichnet. Die Auswertung erfolgt im Zeitbereich und führt zu guten, reproduzierbaren Ergebnissen. Das gemessene Signal wird mittels Mittelwertfilter geglättet. Die Nulldurchgänge werden damit gut ersichtlich (Bild 4.5). Der Reziprokwert der Periodendauer, die über einige Perioden gemittelt werden kann, entspricht der Eigenfrequenz in Hz.

Erfolgt die Auswertung manuell, so ist anhand der Schwingungsform visuell leicht festzustellen, ob die Art der Auswertung zulässig ist oder nicht.

Die Methode im Zeitbereich eignet sich hervorragend zur Abschätzung der Systemdämpfung. Es kann zwar prinzipiell nicht zwischen Materialdämpfung und geometrischer Dämpfung unterschieden werden, aber hier kommt die Biegewellentheorie zur Hilfe, die besagt, dass die geometrische Wellenausbreitung in der Nähe der Eigenfrequenz stark gedämpft ist (siehe Ableitung) und die Schwingung in Eigenfrequenz daher als lokales Phänomen zu betrachten und die beobachtete Dämpfung der Materialdämpfung zuzurechnen ist, da die geometrische Dämpfung zu vernachlässigen ist. Die Analogie zum Einmassenschwinger ist bei Eigenfrequenz näherungsweise gegeben, da es sich eher um eine „lokale, stehende Welle“ handelt.

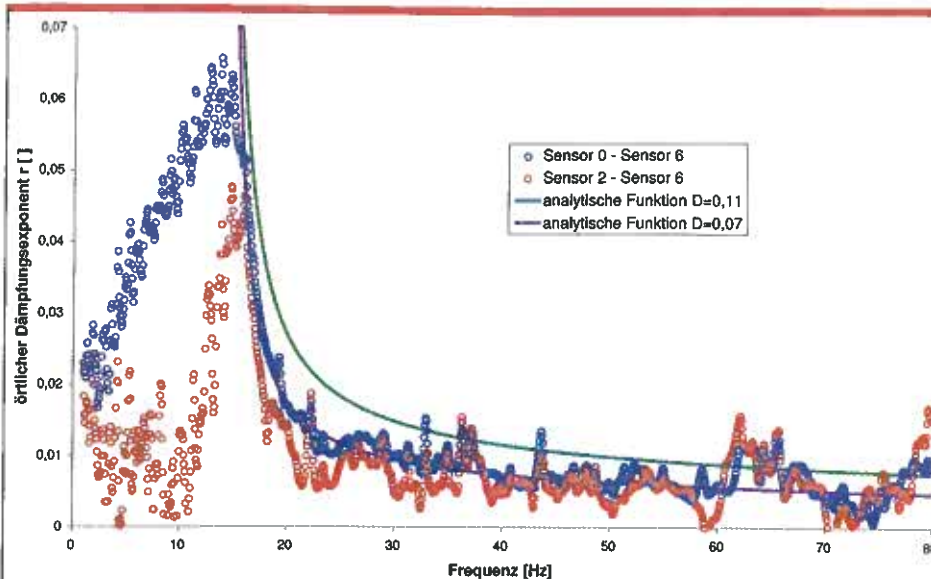


BILD 4.3: Dämpfungsexponent der örtlichen Abklingfunktion experimentell mit zwei unterschiedlichen Sensorkombinationen ermittelt, verglichen mit den analytischen Funktionen

BILD 4.4: Lauflänge eines Signals im MFS, die zu dessen Halbierung führt: gemessene Daten verglichen mit der analytischen Funktion

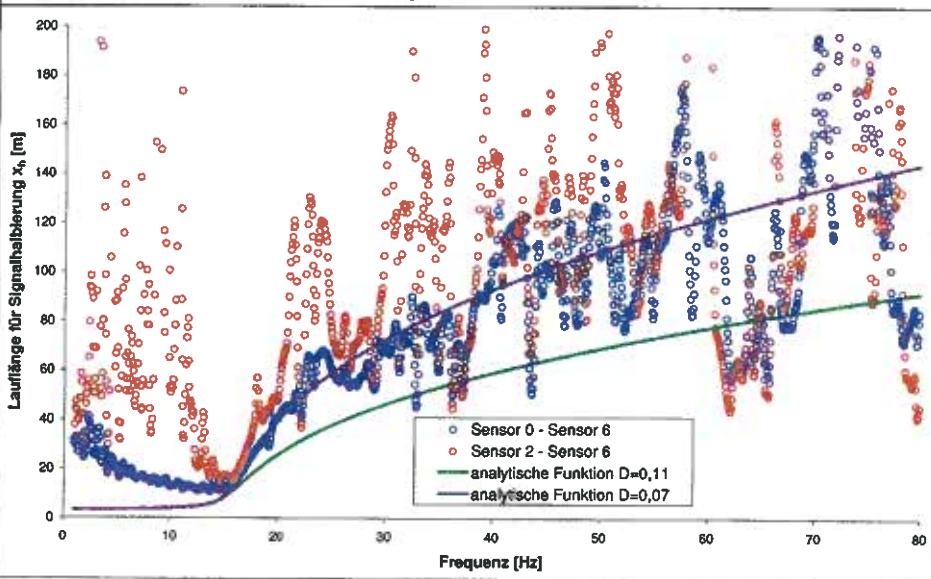
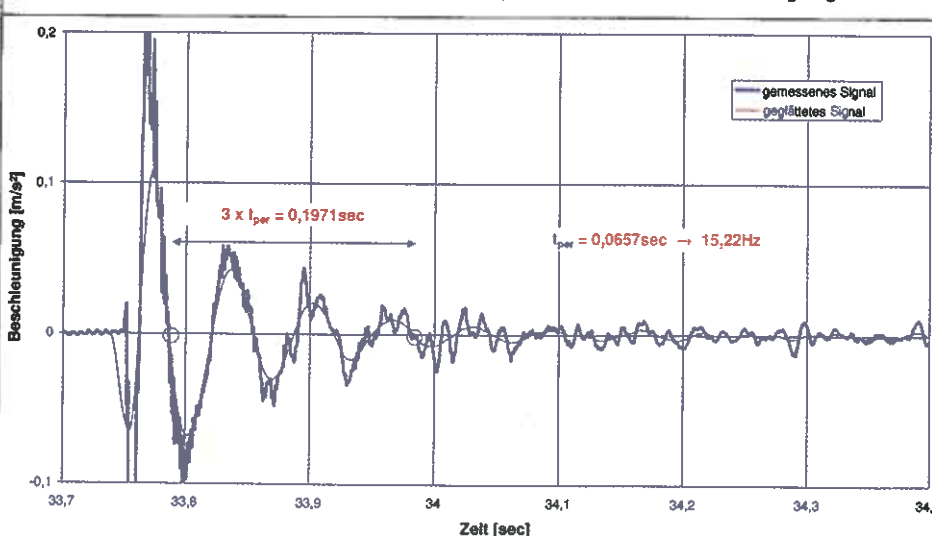


BILD 4.5: Auswertung im Zeitbereich, Zeitspanne zwischen Nulldurchgängen



Für die in der Graphik (Bild 4.6) gezeigte Messung lässt sich die Lehrsche Dämpfung exemplarisch wie folgt berechnen:

$$\sigma = \sqrt{\frac{z_n}{z_{n+m}}} = \sqrt{\frac{0,042214}{0,005458}} = 1,9776 \quad (\text{Formel 4.2})$$

$$D = \frac{\ln(1,9776)}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + \ln^2(1,9776)}} = 0,11 \quad (\text{Formel 4.3})$$

Dieser, aus dem zeitlichen Ausschwingvorgang ermittelte Dämpfungswert $D = 0,11$, unterscheidet sich von jenem für die am besten angepasste örtliche Abklingfunktion ($D = 0,07$) in Bild 4.3, was für die leichte Wirkung geometrischer Dämpfung auch bei und unter der Eigenfrequenz spricht.

4.3. TRANSVERSALWELLEN-DISPERSION

Beiden bisher gezeigten Auswertungsmethoden (im Frequenzbereich und im Zeitbereich) ist gemein, dass sie sich nur zur punktuellen stichprobenartigen Kontrolle der Eigenfrequenz eines MFS eignen und nicht in der Lage sind, die Funktion des Systems lückenlos über einen bestimmten Abschnitt zu überprüfen. Zu diesem Zweck wurde die Methode der Analyse der Dispersion der Transversalwellengeschwindigkeit entwickelt. Sie funktioniert prinzipiell nur dort, wo das MFS als langer ungestörter Biegeträger wirkt und ermöglicht die lückenlose Funktionskontrolle, die indirekte Ermittlung der Eigenfrequenz und der dynamischen Biegesteifigkeit des überprüften Sektors.

Frequency Domain Beamforming (FDBF)

Die FDBF-Methode (frequency domain beamforming) wird auch „f-k-method“ genannt und eignet sich zur Analyse der gemessenen Daten, um aus den Signalen die Dispersion der Wellengeschwindigkeiten zu errechnen. Ein Vorteil der Methode ist, dass Signale aus unterschiedlichen ein- und zweidimensionalen Sensoranordnungen behandelt werden können. Im gegenständlichen Fall stehen die Sensoren in einer Linie mit konstantem Abstand. Die Koordinaten der einzelnen Sensoren $i = 1 \dots M$ werden in Vektorform beschrieben.

$$x_i = \hat{x}_i, \hat{y}_i^T \quad (\text{Formel 4.4})$$

Die Signale des i -ten Sensors im Zeitbereich werden als $s_i = (x_i, t)$ beschrieben. Der Vektor der Fourier-Transformationen der einzelnen Signale lautet:

$$S(\omega_0) = [x_1, \omega_0, \dots, x_M, \omega_0]^T \quad (\text{Formel 4.5})$$

Ein Steuerungsvektor wird wie folgt definiert:

$$e_{(k)} = [e^{-ik \cdot x_1}, \dots, e^{-ik \cdot x_M}]^T \quad (\text{Formel 4.6})$$

wobei $k = [k_x, k_y]$ der Vektor der Wellennummer ist.

Weiters wird eine Gewichtungsmatrix W definiert, welche mit den einzelnen Sensorgewichtungen (w_1, \dots, w_M) auf der Diagonale besetzt ist (shading weights).

Es wird das „steered response power Spectrum“ (gesteuertes Antwort-Leistungsspektrum) wie folgt berechnet:

$$P_{(k,\omega)} = e^H \cdot W \cdot S \cdot S^H \cdot W^H \cdot e = e^H \cdot W \cdot R \cdot W^H \cdot e \quad (\text{Formel 4.7})$$

wobei H die Hermitesche Matrix beschreibt und R die „spatiospectral correlation matrix“ (räumliche spektrale Korrelationsmatrix), wie folgt definiert:

$$R = S \cdot S^H = \begin{bmatrix} G_{11(\omega)} & G_{12(\omega)} & \dots & G_{1M(\omega)} \\ G_{21(\omega)} & G_{22(\omega)} & \dots & G_{2M(\omega)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_{M1(\omega)} & G_{M2(\omega)} & \dots & G_{MM(\omega)} \end{bmatrix} \quad (\text{Formel 4.8})$$

Jedes Glied der Matrix ist mit dem Kreuzprodukt der Fourier-Transformationen der einzelnen Sensoren i und j besetzt und * symbolisiert die konjugiert Komplexe.

$$G_{ij} = S^*(x_i, \omega) \cdot S(x_j, \omega) \quad (\text{Formel 4.9})$$

Maxima in der „steered response power Spectrum“ P für eine bestimmte Frequenz ω korrespondieren mit der Wellennummer der dominanten Oberflächenwelle, die durch die Messpunkte läuft und folgende Phasengeschwindigkeit besitzt:

$$c_{ph(\omega_0)} = \frac{\omega_0}{|k_{max}|} = \frac{2\pi f}{|k_{max}|} \quad (\text{Formel 4.10})$$

Die Methode benötigt etwas an Abstimmung, damit sie für eine bestimmte Aufgabenstellung befriedigend läuft. Diese Abstimmung kann aber nichts an den Resultaten ändern, die somit nur von der in den Signalen enthaltenen Information abhängig sind.

Dispersionskurven des Biegeträgers

Der beschriebene Auswertalgorithmus wurde auf die gemessenen Daten angewandt, wobei der Sensor o bei der Impulsanregung nicht einbezogen wurde. Es wurden somit nur jene Sensoren berücksichtigt, an denen die Stoßwelle (Transversalwelle) vorbeiläuft und die lokalen Phänomene bei der Impulsaufbringung ausgespart, da diese eine Störung des zu beobachtenden Phänomens darstellen.

Der Vergleich der experimentell ermittelten Transversalwellengeschwindigkeiten (Bild 4.7) mit den theoretisch ermittelten Biegegeschwindigkeiten mit und ohne Bettung zeigt das physikalische Phänomen und die prinzipielle Übereinstimmung mit der

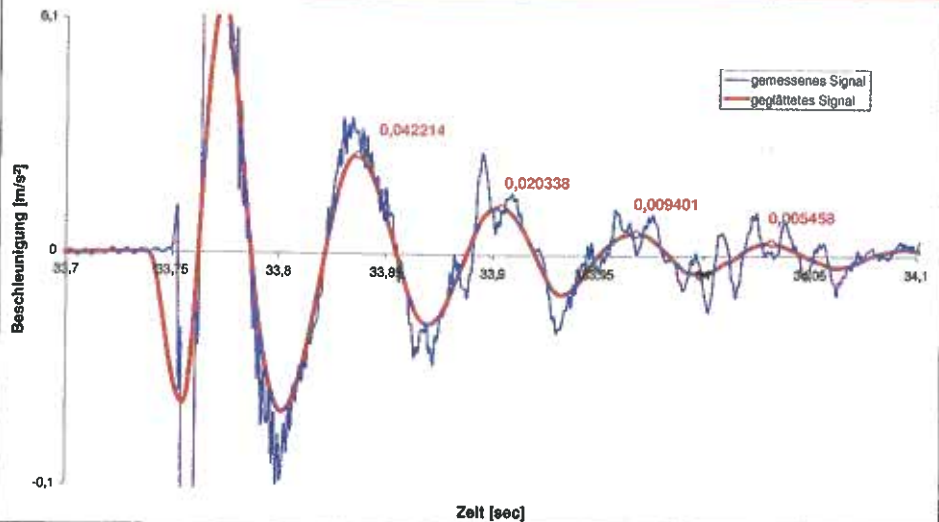


BILD 4.6: Auswertung im Zeitbereich, Dämpfungsermittlung mittels Amplitudenverhältnis aufeinanderfolgender Maxima

vereinfachenden, linear-elastischen Theorie des ungedämpften Biegebalkens.

Da sich die Frequenzen unter der Eigenfrequenz kaum ausbreiten, sind die Messergebnisse in diesem Bereich eher Zufallswerte, denen keine Bedeutung zugemessen werden kann. Das theoretisch gefundene Minimum bei $\sqrt{2}$ -facher Eigenfrequenz ist klar zu er-

kennen. Die theoretische Parabelform wird von der Messung nicht genau nachvollzogen. Der „Biegeträger“ dürfte für höhere Frequenzen und damit geringere Wellenlängen zunehmend „weicher“ reagieren, was auch mit der zunehmenden Bedeutung der Schubnachgiebigkeit zusammenhängen könnte.

»

FCP

FCP ist ein international tätiges Ingenieurbüro mit mehr als 250 Mitarbeiter/innen, Hauptsitz in Wien und mehreren Auslandsniederlassungen.

- Tragwerksplanung
- Bauüberwachung
- Generalplanung
- Projektmanagement
- Begleitende Kontrolle
- Statisch-konstruktive Prüfung
- Forschung und Entwicklung
- Verkehrsplanung



Masse-Feder-System Lainzer Tunnel

FCP – Fritsch, Chiari & Partner ZT GmbH > www.fcp.at

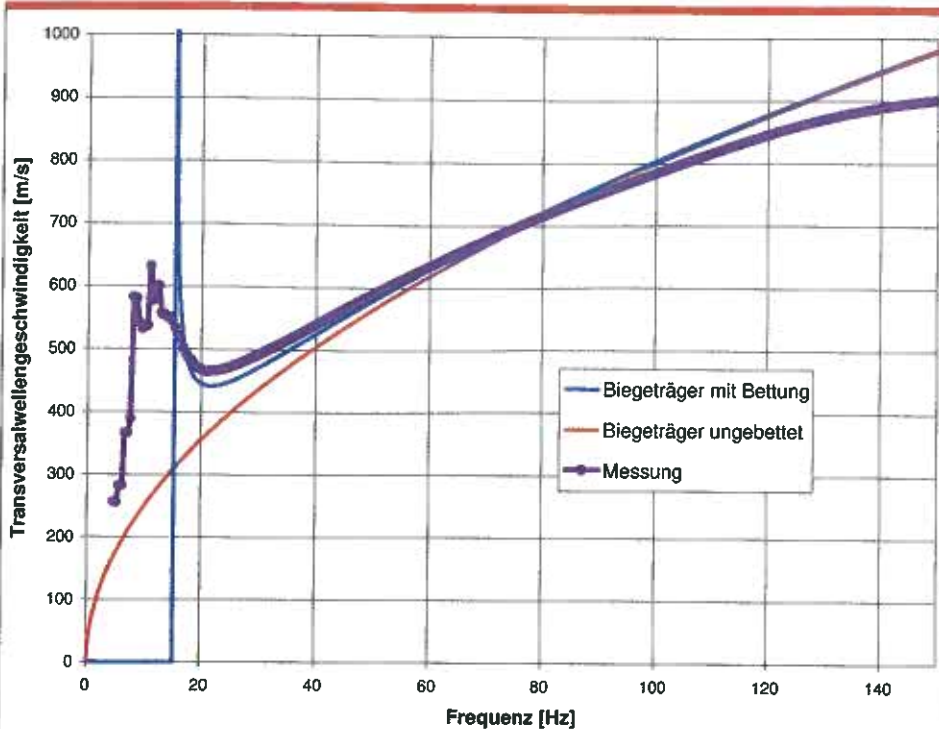


BILD 4.7: Vergleich der experimentell ermittelten Transversalwellengeschwindigkeiten mit den theoretisch ermittelten Biege-Wellengeschwindigkeiten mit und ohne Bettung

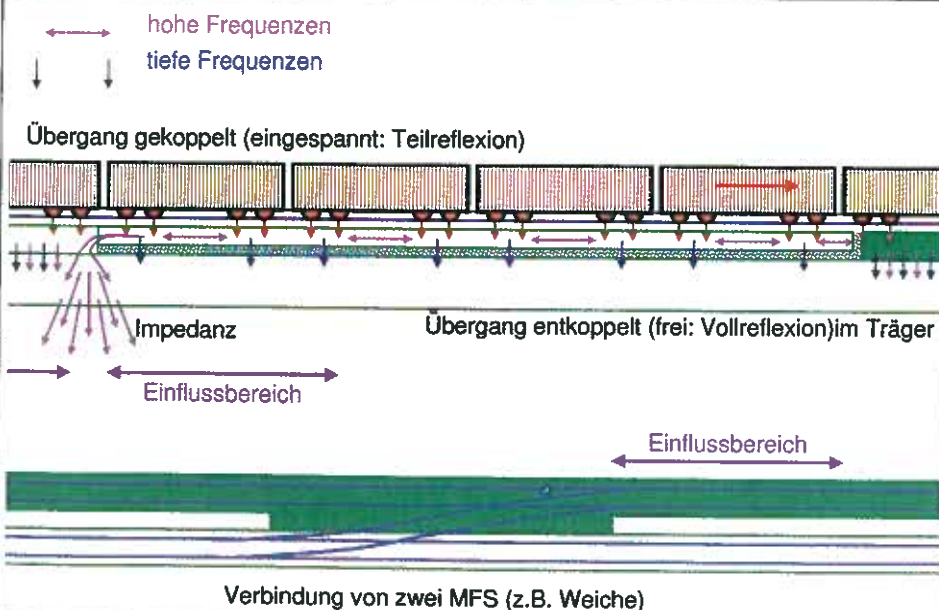
5. INTERPRETATION DER ERGEBNISSE

Die für dynamische Messungen außergewöhnlich gute Übereinstimmung mit den linear-elastischen bzw. viskos gedämpften Theorien ist eine Bestätigung der Methode. Aber alleine die Tatsache, dass sich eine Messung mittels „frequency domain beamforming method“ auswerten lässt, stellt bereits eine lückenlose Kontrolle des Masse-Feder-Systems im untersuchten Abschnitt

dar, denn die Methode ist sehr sensibel gegenüber praktischen Abweichungen von den theoretischen Annahmen wie z. B.:

- Kraftschluss zwischen Trog und Tunnelsohle (Ausführungsfehler)
- Querschnittsänderung (Unstetigkeit bei Steifigkeit bzw. Masse)
- Trägerende mit abruptem Wechsel der Lagerbedingungen
- Verbindung zweier Balken z. B. bei Weichen und Kreuzungen

BILD 5.1: Skizze zur Wirkung von Inhomogenitäten beim Masse-Feder-System wie unterschiedliche Übergänge bei Trägerenden oder die Verbindung zweier MFS bei Weichen



- Zu kurze wirksame Trägerlänge (beidseitig der Impulseinleitung)
- Jegliche Art von Reflexionen.

In allen Fällen, in denen die Biegeträgerwirkung des Masse-Feder-Systems nicht zur Geltung kommen kann, versagt die Methode; sie muss versagen, ansonsten wäre sie als Kontrolle ungeeignet.

Für Routinemessungen kann die Anzahl der Sensoren stark reduziert werden; die Qualität der Analyse hat dadurch nur geringe Einbußen.

Überall dort, wo die Abweichungen von den „idealbedingungen“ zu groß sind, können bis zu einem gewissen Grad weiterhin die konventionellen punktuellen Eigenfrequenzmessungen erfolgreich durchgeführt werden. Es ist aber ein deutliches Zeichen dafür, dass das Masse-Feder-System in diesen Bereichen nicht optimal funktioniert.

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Bei der messtechnischen Überprüfung von Masse-Feder-Systemen (MFS) wurden empirisch Erkenntnisse gewonnen, die sich nun mit den theoretischen Überlegungen dieser Arbeit erklären und bestätigen lassen und Einblicke in die Wirkung von Masse-Feder-Systemen geben, die auch für die Auslegung dieser Systeme interessant sind.

Die statische Biegelinie zeigt das örtliche Abklingverhalten im statischen Fall, welches auch näherungsweise für Wellen tiefer Frequenz (deutlich unter der Eigenfrequenz des MFS) Gültigkeit besitzt. Für Frequenzen bis etwa $\sqrt{2}$ -facher Eigenfrequenz ist die Einmassenschwinger-Analogie, die auch für die Auslegung der MFS herangezogen wird, absolut zulässig, da es sich in diesem Frequenzbereich um lokale Phänomene ohne nennenswerte örtliche Wellenausbreitung handelt, bei der auch die Materialdämpfung der Lagerung voll zur Geltung kommt. Erschütterungstechnisch bringt das MFS in diesem Frequenzbereich aber keine Vorteile. Bei höheren Frequenzen hingegen, bei welchen es sukzessiv zu einer schwingungstechnischen Entkoppelung des Troges zur Tunnelsohle kommt, bringt das MFS entscheidende Vorteile. Für den einzelnen Impuls ist die Einmassenschwingeranalogie hier aber nicht mehr zutreffend, denn anstatt der lokalen Materialdämpfung setzt die geometrische Dämpfung ein, die dadurch zustande kommt, dass die Schwingungsenergie, die nun „im System bleibt“ durch die Wellenausbreitung im Träger über große Distanzen abtransportiert wird.

Tritt z. B. ein durch Ausführungsmängel bedingter Kraftschluss zwischen Trog und Tunnelsohle auf (Bild 6.1), ist somit nicht nur das MFS lokal nicht funktionsfähig, es leitet viel-

mehr die in höheren Frequenzen enthaltene Energie von den benachbarten funktionsfähigen Sektoren über 100-te Meter zu jener Stelle und sorgt für eine Konzentration von Erschütterungen und sekundärem Luftschall. Bei Trägerenden von MFS, beim Systemwechsel, bei Weichen und Kreuzungen, bei Querschnittsänderungen etc. (Bild 5.1) sind lokale Störungen der Idealbedingungen von MFS unvermeidlich und Reflexionen treten umso stärker auf, je abrupter die Unstetigkeit wirksam wird. Die Wellen laufen demnach so lange im MFS bis sie abgeklungen sind, reflektiert wurden oder aber eine lokale Schwachstelle finden um dort örtlich für eine Erschütterungskonzentration zu sorgen. Die Erschütterungen suchen förmlich das Masse-Feder-System nach Schwachstellen ab. Umso wichtiger ist Fachkenntnis bei der Auslegung und Planung von Masse-Feder-Systemen, deren ordnungsgemäße Ausführung und abschließende Kontrolle der Funktion.

Literatur

- Wallner, H., Schmidt, R.: Schwingungslehre für Ingenieure. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich (1989).
- Krüger, F. u.a.: Schall und Erschütterungsschutz im Schienenverkehr. expert verlag Renningen, Kontakt & Studium Band 565 (2006):.

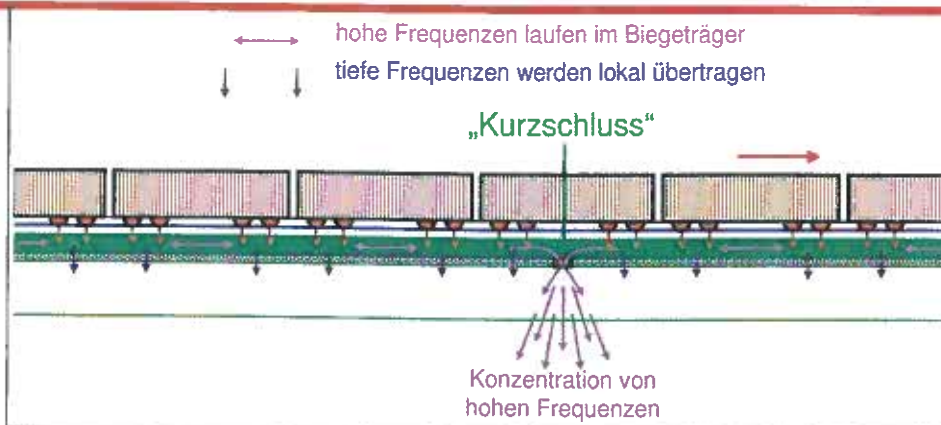


BILD 6.1: Skizze zur Wirkung eines „Kurzschlusses“ zwischen Trog und Tunnelsohle

- DIN V 45673-4: Mechanische Schwingungen – Elastische Elemente des Oberbaues von Schienenfahrwegen – Teil 4: Rechnerische Ermittlung der Einfügungsdämmung im eingebauten Zustand. Deutsches Institut für Normung (2008).

- Maier, F., Kopf, F.: Einsatz von Masse-Feder-Systemen im innerstädtischen Bereich – Anforderungen, Auslegung und Wirksamkeit. OVE Schriftreihe Nr. 46, 5. Wiener Eisenbahnkolloquium (2007).

SUMMARY

Effects and monitoring of mass-and-spring systems on the railway

Floating slab tracks are elements of railway superstructure for vibration reduction. An elastic bedded massive concrete beam supports the rail profiles for decoupling the oscillations with the bearing slab. Theoretical considerations and practical measurements of wave propagation show the function of such a system and lead to a sophisticated method of sectional function control.

Eisenbahnwesen studieren – an der Fachhochschule in St.Pölten (Niederösterreich)

FH-Bachelorstudiengang Eisenbahn-Infrastrukturtechnik

- 6 Semester, Vollzeit oder berufsbegleitend
- Anrechnung von Vorkenntnissen: Universität, HTL oder berufliche Erfahrung
- in Kooperation mit den ÖBB entwickelt und durchgeführt
- umfasst eisenbahnbetriebliche und fahrzeugtechnische Ausbildung am BZ der ÖBB in Wörth
- seit 2008 – der vierte Jahrgang startet im September 2011
- Aufnahme tage: 2.April, 26.April und 7.Juni 2011

FH-Masterstudiengang Eisenbahn-Infrastrukturtechnik *

- 4 Semester, berufsbegleitend
- ab September 2011, Abschluss mit Dipl.-Ing.

Tage der offenen Türe: 18. und 19. März 2011

Info & Anmeldung: www.fhstp.ac.at/et

oder telefonisch: +43 (0)2742 313228 712 (Silvia Urban)

Wir freuen uns auf Ihre Bewerbung!



* vorbehaltlich der Genehmigung durch den FHR